計量抜取検査

計量抜取検査で OC 曲線のサンプル数と合格判定個数の関係がわかる

【1】計量抜取検査の OC 曲線を描く

(1) 計量抜取検査から OC 曲線を描く流れを理解する

本冊子【JISZ9003 計量抜取検査(標準偏差既知)で上限規格値が既知の抜取方式】
本冊子【JISZ9003 計量抜取検査(標準偏差既知)で下限規格値が既知の抜取方式】
を復習しましょう。

(2)計量抜取検査の OC 曲線を描くために必要な変数

サンプル数 n と、合格判定係数 k です。ただし、標準偏差 σ が既知の場合です。

$$n=\left(\frac{K_\alpha+K_\beta}{K_{p0}-K_{p1}}\right)^2$$

$$k=\frac{K_{p0}K_\beta+K_{p1}K_\alpha}{K_\alpha+K_\beta}$$

ここで、K_α、K_β、K_{p0}、K_{p1}は、

確率 α 、 β 、p_0,p_1 に相当する K 値を正規分布から読み取ります。

(3) 計量抜取検査の OC 曲線を描く準備

関連記事にもありますように、次の順番で OC 曲線を描きます。

★L(p)の作り方

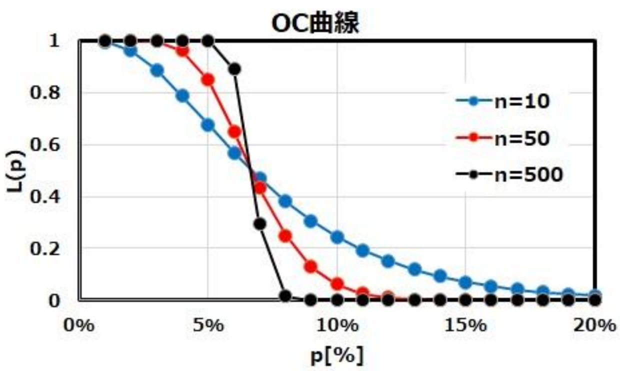
1. 不良率 p を変数として 0 から値を振る。
2. p から正規分布表を使ってK_pに変換する。
3. サンプル数 n,合格判定係数 k を代入し、$K_{L(p)}$を計算する。
4. $K_{L(p)}$を満たす確率 L(p)を求める。
5. p と L(p)の関係から OC 曲線を描く。

【2】サンプル数 n と OC 曲線の関係

OC 曲線が描ける条件がそろいました。サンプル数 n をいろいろ変えてみましょう。

●条件 1: n=10
●条件 2: n=50
●条件 3: n=500

K はすべて 1.5 で同一とします。3 つの OC 曲線を描くと次のグラフになります。



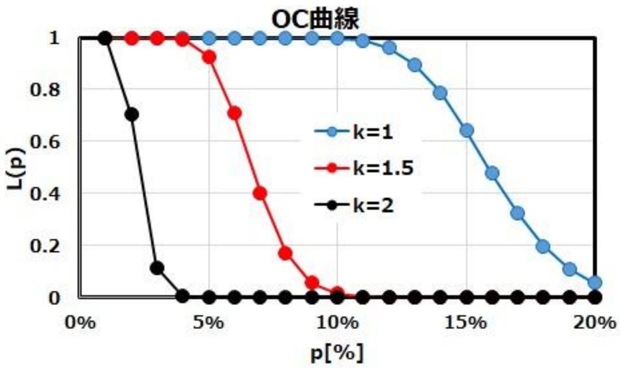
n が大きくなると、不良率が小さい場合は L(p)は高いが、急峻に L(p)が低下する

面白いですね。

次は k を振ってみましょう。

【3】合格判定係数 k と OC 曲線の関係
次は、合格判定係数 k をいろいろ変えてみましょう。

●条件 1: k=1.0
●条件 2: k=1.5
●条件 3: k=2.0
n はすべて 100 で同一とします。3 つの OC 曲線を描くと次のグラフになります。



k が大きくなると、L(p)が少しの不良率 p に対しても急峻に低下する

面白いですね。

★L(p)の導出式

$$(k\text{-}Kp)\sqrt{n}=K_{L(P)}$$

n,k を変えると$K_{L(p)}$と$L(p)$の変化につながります。式から理論的に n,k の変化の影響を見てもよいですが、本記事では OC 曲線を視覚的に見て理解できるようにしました。

以上、計量抜取検査の OC 曲線を作る変数、サンプル数 n と合格判定係数 k。この n,k を変えると OC 曲線がどのように変化するかを解説しました。

JISZ9003 計量規準型一回抜取検査の抜取表にある n,k が計算できる

【1】不良率 p0,p1 とサンプル数 n,合格判定係数 k の関係
(1) 前提条件

標準偏差が σ で既知であり、正規分布に従っていること

$$n=\left(\frac{K_\alpha+K_\beta}{K_{p0}-K_{p1}}\right)^2$$
$$k=\frac{K_{p0}K_\beta+K_{p1}K_\alpha}{K_\alpha+K_\beta}$$

不良率 p_0、p_1 がわかると、正規分布表を使ってK_{p0}、 K_{p1}を求めます。
同様に、 α 、 β も正規分布表を使ってK_α、K_βを求めます。

【2】サンプル数 n,合格判定係数 k を計算結果と JIS の抜取表を比較
JISZ9003 計量抜取検査(標準偏差既知)の付表 2
「p_0(%),p_1(%)をもとにして試料の大きさ n と合格判定値を計算するための係数 k を求める表」
にあるいくつかの場合について、自分で計算した結果と JIS の抜取表の結果を比較します。

比較結果を下表のとおりです。

入力		計算		結果		JIS	
p0(代表値)	p1(代表値)	K_{p0}	K_{p1}	n	k	n	k
0.005	0.0315	2.576	1.859	16.675	2.173	17	2.17
0.008	0.05	2.409	1.645	14.669	1.979	15	1.98
0.016	0.1	2.144	1.282	11.502	1.659	12	1.66
0.025	0.1	1.96	1.282	18.607	1.579	19	1.58
0.0315	0.125	1.859	1.15	17.044	1.461	17	1.46

α =0.05, β =0.10 とK_α=1.645、K_β=1.282 どの条件も同じ値です。
(n,k)の値を比較する(赤枠と黄色枠)とぴったり一致します。

これで、自力で(n,k)が計算できますね。　計算式から導出できることは、理論が理解できている証拠です。
計量抜取検査の抜取表にある(n,k)の導出は、シンプルです。

【3】計量抜取検査のサンプル数 n は少ない

抜取表を眺めると、サンプル数 n の最大値は 46 と 100 個以下 サンプル数がこんなにも少なくても大丈夫なのでしょうか？

数学的に正しいと証明されて導出されていますので、大丈夫ですが、感覚的に少ないですね。

計数値抜取表の方はサンプル数が数千個レベルまであるから
計量抜取検査のサンプル数の少なさには心配します。

これは、 $\sigma_{\bar{x}}=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$
と置いたからです。でも、数学的に正しいので仕方がありません。

サンプル数 n を数百か数千にしておきたい場合は、

$\sigma_{\bar{x}}=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$の式を意図的に変えて、実用的な式にするなどしてもよいかもしれません。

計量抜取検査の試験問題でサンプル数 n=20 とか出た場合、 試験合格にはそれでよいが、 実際の検査になったら n=20 の少なさで良いかは 一回は疑うべきと考えましょう。

数学的に正しくても、感覚的に変！なことも時々あります。
その場合は、仮定条件を疑って、実用的に変えてみることも大事です。

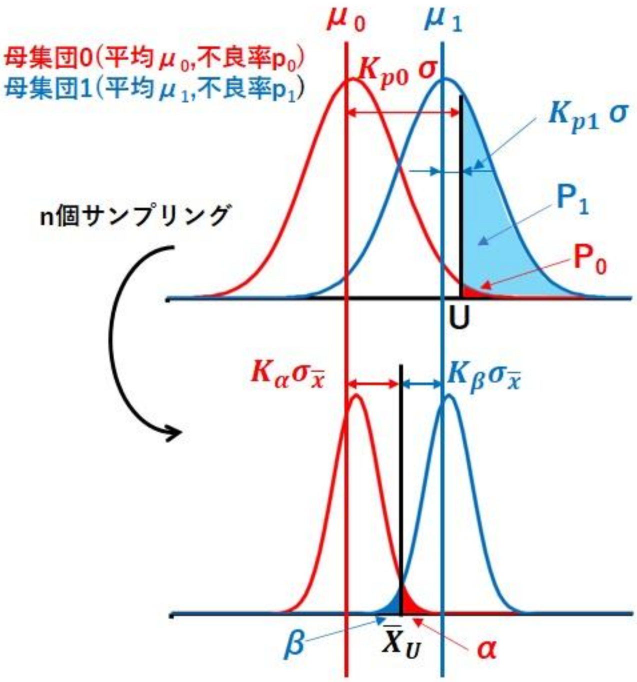
以上、 JISZ9003 計量抜取検査(標準偏差既知)で JIS の抜取表のサンプル数 n と合格判定係数 k の導出方法について解説しました。

JISZ9003 計量抜取検査(標準偏差既知)で上限規格値が既知の抜取方式がわかる

【1】上限規格値と合格判定値についての関係式を導出
(1) 関係式を導出するためのモデル図を作成
次のような計量抜取検査を考えます。

あるロットが正規分布に従っている。上限規格値 U 以下である確率は p とする。この確率 p について、 ●$p \leqq p_0$ の不良率をもつロットは合格 ●$p > p_1$ の不良率をもつロットは不合格 とする。前者はできるだけ合格させたいが、後者はできるだけ不合格にさせる抜取検査を考えたい。

モデル図を下図のように作ります。このモデル図が重要です。



できるだけ合格させたい p_0 は $\alpha=0.05$(生産者危険)
できるだけ不合格にさせたい p_1 は $\beta=0.1$(消費者危険)
の確率になるような抜取方式を検討します。

(2) 関係式を導出
モデル図から次の式が導かれます。計量抜取検査の理論は、モデル図から式を導出します。

①$\sigma_{\bar{x}}=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

②上限規格値Lの関係式を作ります。
●μ_0=U-$K_{p0}\sigma$
●μ_1=U-$K_{p1}\sigma$

③合格判定値$\bar{X}_U$の関係式を作ります。
●μを使う場合
・$\bar{X}_U=\mu_0+K_\alpha\sigma_{\bar{x}}$
・$\bar{X}_U=\mu_1-K_\beta\sigma_{\bar{x}}$

●Uを使う場合
・$\bar{X}_U$=U-$K_{p0}\sigma+K_\alpha\sigma_{\bar{x}}$
・$\bar{X}_U$=U-$K_{p1}\sigma-K_\beta\sigma_{\bar{x}}$

【2】サンプル数 n と合格判定係数 k を導出
関係式からサンプル数 n と合格判定係数 k を導出します。
(1) サンプル数 n を導出
ただし、わかっている値で表現します。わかっている値は

K_α
K_β
K_{p0}
K_{p1}

です。

●Uを使う場合
・$\bar{X_U}$=U-$K_{p0}\sigma$+$K_\alpha\sigma_{\bar{x}}$
・$\bar{X_U}$=U-$K_{p1}\sigma$-$K_\beta\sigma_{\bar{x}}$
の２式を引きます。

0=0-$K_{p0}\sigma$+$K_{p1}\sigma$+$K_\alpha\sigma_{\bar{x}}$+$K_\beta\sigma_{\bar{x}}$
$(K_{p0}-K_{p1})$σ=$(K_\alpha+K_\beta)\sigma_{\bar{x}}$

この式に、$\sigma_{\bar{x}}=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$を代入します。
$(K_{p0}-K_{p1})$σ=$(K_\alpha+K_\beta)\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$
両辺をσで割って,2乗します。
n=$\left(\frac{K_\alpha+K_\beta}{K_{p0}-K_{p1}}\right)^2$

上限、下限規格値どちらも、サンプル数 n は同じ式ができます。

(2) 合格判定係数 k を導出
初登場のkですが、
・$\bar{X_U}$=U-kσ
と置きます。

$\bar{X_U}$は
・$\bar{X_U}$=U-$K_{p0}\sigma$+$K_\alpha\sigma_{\bar{x}}$
= U-$K_{p0}\sigma$+$K_\alpha\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$
ですから、
k=K_{p0}-$K_\alpha\frac{1}{\sqrt{n}}$
です。

なお、OC 曲線を描くために、β,p1 を使った関係式も導出します。
・$\bar{X_U}$=U-$K_{p1}\sigma$-$K_\beta\sigma_{\bar{x}}$
= U-$K_{p1}\sigma$-$K_\beta\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$
ですから、
k=K_{p1}+$K_\beta\frac{1}{\sqrt{n}}$
です。

n は先ほど導出しました、

$$n=\left(\frac{K_\alpha+K_\beta}{K_{p0}-K_{p1}}\right)^2$$

を、

$$\sqrt{n}=\frac{K_\alpha+K_\beta}{K_{p0}-K_{p1}}$$

とします。

$$k=K_{p0}-K_\alpha\frac{1}{\sqrt{n}}$$
$$=K_{p0}-K_\alpha\frac{K_{p0}-K_{p1}}{K_\alpha+K_\beta}$$

よって、

$$k=\frac{K_{p0}K_\beta+K_{p1}K_\alpha}{K_\alpha+K_\beta}$$

となります。

【3】演習問題

不良率 p0,p1 と上で求めた、サンプル数 n と合格判定係数 k を使って、計量抜取検査の OC 曲線が描けます。その前に演習問題を出して考えましょう。

【演習問題】

あるプラスチック板の厚さの上限規格値が 1.6mm とする。厚さが 1.6mm 超過のものが 1%以下のロットはなるべく検査で合格させたいが、3%以上もあるロットはなるべく検査で不合格としたい。厚さの値は標準偏差 σ =0.3mm の正規分布に従うとする。このとき、第 1 種の誤りである α =0.002,第 2 種の誤りである β =0.10 とした場合の抜取方式を決めよ。

まず、検査は抜取検査をやろうとしていますね。
次に、扱う変数は厚さという計量値を検査しようとしていますね。
最後に、上限規格値が決まっていますね。

サンプル数 n と、合格判定係数 k を導出した公式から求めましょう。

まず、確率から K_α、K_β、K_{p0}、K_{p1}
がわかります。正規分布表を活用します。

K_α=2.878 (α=0.002のときのK値)
K_β=1.282(β=0.10のときのK値)

K_{p0}=2.326(p0=0.01のときのK値)
K_{p1}=1.881(p1=0.03のときのK値)

正規分布表に苦手意識があれば関連記事で復習しましょう。

【関連記事】【簡単】正規分布は怖くない！正規分布表や確率計算の求め方がすぐわかる
https://qcplanets.com/method/statistics/normal-distribution/

サンプル数nは
$n=(\frac{K_\alpha+K_\beta}{K_{p0}-K_{p1}})^2$
$= n=(\frac{2.878+1.282}{2.326-1.881})^2$
=85.3≒86
と計算できます。

合格判定係数kは
$k=\frac{K_{p0}K_\beta+K_{p1}K_\alpha}{K_\alpha+K_\beta}$
$=\frac{2.326\times1.282+1.881\times2.878}{2.878+1.282}$
=2.02

ちなみに、上限合格判定値$\bar{X_U}$は、
$\bar{X_U}$=U-kσ
=1.6-2.02×0.3=0.995

まとめると
(n,k)=(86,2.02)の値で、
平均値が 0.995mm 以下ならロット合格、超過ならロット不合格
となります。

【4】OC 曲線を描く
上の演習問題の結果を OC 曲線で描きます。

(1) OC 曲線を描くための準備
なお、OC 曲線を描くために、k,β,p1 の関係式を再度書きます。

$k=K_{p1}+K_\beta\frac{1}{\sqrt{n}}$
変形して
$(k-K_{p1})\sqrt{n}=K_\beta$

ここで、p1,βを一般化して、
p1⇒p
β⇒L(p)
に変えます。慣れないとここの変化は無理矢理感がありますけど。

$(k-K_p)\sqrt{n}=K_{L(p)}$

★L(p)の作り方

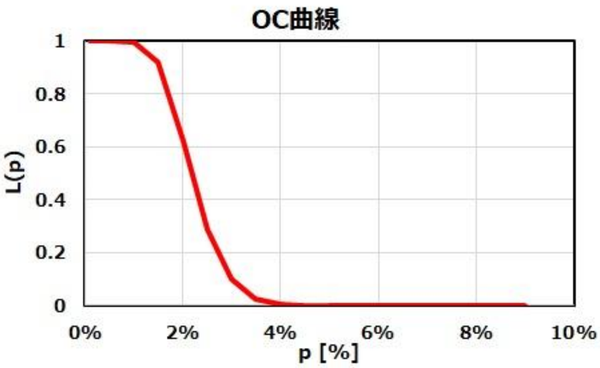
1. 不良率 p を変数として 0 から値を振る。
2. p から正規分布表を使ってK_pに変換する。
3. サンプル数 n,合格判定係数 k を代入し、$K_{L(p)}$を計算する。
4. $K_{L(p)}$を満たす確率 L(p)を求める。
5. p と L(p)の関係から OC 曲線を描く。

では、実際にやってみましょう。表にまとめます。

p	Kp	k-Kp	$(k-Kp)/\sqrt{n}$ $=K_{L(P)}$	L(p)
0.01	2.33	-0.31	-2.84	1
0.015	2.17	-0.15	-1.39	0.92
0.02	2.05	-0.03	-0.31	0.62
0.025	1.96	0.06	0.56	0.29
0.03	1.88	0.14	1.29	0.1
0.035	1.81	0.21	1.93	0.03
0.04	1.75	0.27	2.5	0.01
0.045	1.7	0.32	3.01	0
0.05	1.64	0.38	3.48	0

ここで、表の計算式を Excel の式を使って表現しています。
Kp=ABS(NORM.INV(p の値,0,1))
L(p)=1-(NORM.DIST($K_{L(p)}$の値,0,1,TRUE))

(2) OC 曲線を描く
OC 曲線です。計数抜取検査と似たような曲線になります。



計量抜取検査は式変形が多いですが、慣れましょう。

以上、JISZ9003 計量抜取検査(標準偏差既知)で上限規格値が既知の抜取方式について、サンプル数 n、合格判定個数 k、上限合格判定値の導出や OC 曲線の描き方を解説しました。

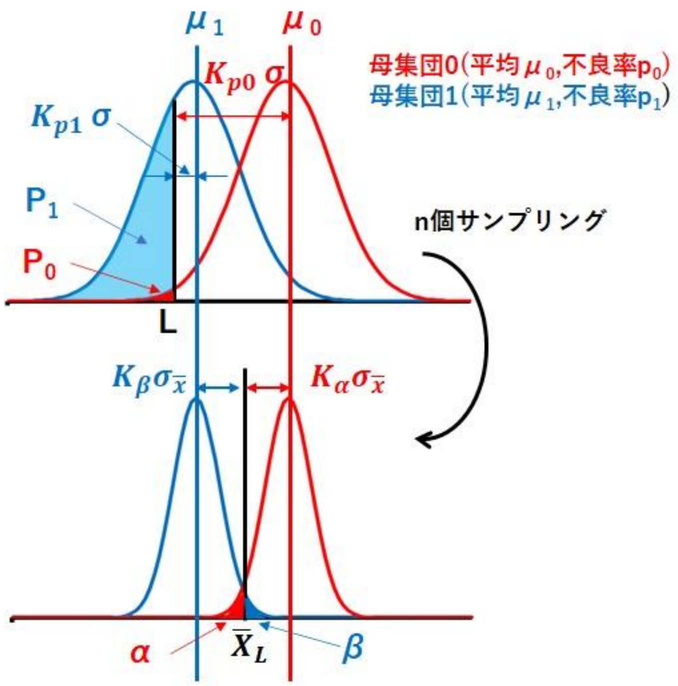
【1】下限規格値と合格判定値についての関係式を導出

(1) 関係式を導出するためのモデル図を作成

次のような計量抜取検査を考えます。

あるロットが正規分布に従っている。下限規格値 L 以下である確率は p とする。この確率 p について、 ●p ≦ p_0 の不良率をもつロットは合格 ●p ＞ p_1 の不良率をもつロットは不合格 とする。前者はできるだけ合格させたいが、後者はできるだけ不合格にさせる抜取検査を考えたい。

モデル図を下図のように作ります。この図は重要です。よく眺めてください。



できるだけ合格させたい p₀は α =0.05(生産者危険)

できるだけ不合格にさせたい p₁は β =0.1(消費者危険)

の確率になるような抜取方式を検討します。

(2) 関係式を導出

モデル図から次の式が導かれます。見たらわかりますね。

計量抜取検査の理論は、モデル図から式を導出します。

①$\sigma_{\bar{x}}=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

②下限規格値Lの関係式を作ります。

●μ_0=L+$K_{p0}\sigma$

●μ_1=L+$K_{p1}\sigma$

③合格判定値$\bar{X}_L$の関係式を作ります。

●μを使う場合

・$\bar{X}_L=\mu_0-K_\alpha\sigma_{\bar{x}}$

・$\bar{X}_L=\mu_1+K_\beta\sigma_{\bar{x}}$

●Lを使う場合

・$\bar{X}_L$=L+$K_{p0}\sigma-K_\alpha\sigma_{\bar{x}}$

・$\bar{X}_L$=L+$K_{p1}\sigma+K_\beta\sigma_{\bar{x}}$

【2】サンプル数 n と合格判定係数 k を導出
関係式からサンプル数 n と合格判定係数 k を導出します。

(1) サンプル数 n を導出
ただし、わかっている値で表現します。わかっている値は

K_α
K_β
K_{p0}
K_{p1}
です。

●Lを使う場合
・$\bar{X}_L$=L+$K_{p0}\sigma$-$K_\alpha\sigma_{\bar{x}}$
・$\bar{X}_L$=L+$K_{p1}\sigma$+$K_\beta\sigma_{\bar{x}}$
の２式を引きます。

0=0+$K_{p0}\sigma$-$K_{p1}\sigma$-$K_\alpha\sigma_{\bar{x}}$-$K_\beta\sigma_{\bar{x}}$
$(K_{p0}-K_{p1})$σ=$(K_\alpha+K_\beta)\sigma_{\bar{x}}$

この式に、$\sigma_{\bar{x}}=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$を代入します。
$(K_{p0}-K_{p1})$σ=$(K_\alpha+K_\beta)\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$
両辺をσで割って,2乗します。
n=$\left(\frac{K_\alpha+K_\beta}{K_{p0}-K_{p1}}\right)^2$

(2) 合格判定係数 k を導出
初登場のkですが、
・$\bar{X}_L$=L+kσ
と置きます。

$\bar{X}_L$は
・$\bar{X}_L$=L+$K_{p0}\sigma$-$K_\alpha\sigma_{\bar{x}}$
= L+$K_{p0}\sigma$-$K_\alpha\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$
ですから、
k=K_{p0}-$K_\alpha\frac{1}{\sqrt{n}}$

なお、OC 曲線を描くために、β,p1 を使った関係式も導出します。
・$\bar{X}_L$ =L+$K_{p1}\sigma$ +$K_\beta\sigma_{\bar{x}}$
= L+$K_{p1}\sigma$ +$K_\beta\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$
ですから、
k=K_{p1} +$K_\beta\frac{1}{\sqrt{n}}$
です。

ｎは先ほど導出しました、
$n=\left(\frac{K_\alpha+K_\beta}{K_{p0}-K_{p1}}\right)^2$
を、
$\sqrt{n}=\frac{K_\alpha+K_\beta}{K_{p0}-K_{p1}}$
とします。

$k=K_{p0}-K_\alpha\frac{1}{\sqrt{n}}$
$=K_{p0}-K_\alpha\frac{K_{p0}-K_{p1}}{K_\alpha+K_\beta}$
よって、
$k=\frac{K_{p0}K_\beta+K_{p1}K_\alpha}{K_\alpha+K_\beta}$
となります。

【3】演習問題
不良率 p0,p1 と上で求めた、サンプル数 n と合格判定係数 k を使って、計量抜取検査の OC 曲線が描けます。その前に演習問題を出して考えましょう。

演習問題】 あるプラスチック板の厚さの下限規格値が 3.3mm とする。厚さが 3.3mm 未満のものが 1%以下のロットはなるべく検査で合格させたいが、5%以上もあるロットはなるべく検査で不合格としたい。厚さの値は標準偏差σ=0.2mm の正規分布に従うとする。このとき、第 1 種の誤りであるα=0.002,第 2 種の誤りであるβ=0.10 とした場合の抜取方式を決めよ。

まず、検査は抜取検査をやろうとしていますね。
次に、扱う変数は厚さという計量値を検査しようとしていますね。
最後に、下限規格値が決まっていますね。

サンプル数 n と、合格判定係数 k を導出した公式から求めましょう。

まず、確率からK_α、K_β、K_{p0}、K_{p1}
がわかります。正規分布表を活用します。

K_α =2.878 (α=0.002のときのK値)
K_β =1.282(β=0.10のときのK値)

K_{p0} =2.326(p0=0.01のときのK値)
K_{p1} =1.645(p1=0.05のときのK値)

正規分布表に苦手意識があれば関連記事で復習しましょう。

【関連記事】【簡単】正規分布は怖くない！正規分布表や確率計算の求め方がすぐわかる https://qcplanets.com/method/statistics/normal-distribution/

サンプル数nは

n=$\left(\frac{K_\alpha+K_\beta}{K_{p0}-K_{p1}}\right)^2$

= n=$\left(\frac{2.878+1.282}{2.326-1.645}\right)^2$

=37.3≒38

と計算できます。

合格判定係数kは

k=$\frac{K_{p0}K_\beta+K_{p1}K_\alpha}{K_\alpha+K_\beta}$

=$\frac{2.326\times1.282+1.645\times2.878}{2.878+1.282}$

=1.855

ちなみに、下限合格判定値$\bar{X}_L$は、

$\bar{X}_L$ =L+kσ

=3.3+1.855×0.2=3.67

まとめると

(n,k)=(38,1.86)の値で、

平均値が 3.67 以上ならロット合格、未満ならロット不合格

となります。

【4】OC 曲線を描く

上の演習問題の結果を OC 曲線で描きます。

(1) OC 曲線を描くための準備

なお、OC 曲線を描くために、k, β ,p1 の関係式を再度書きます。

k=$K_{p1}+K_\beta\frac{1}{\sqrt{n}}$

変形して

(k-K_{p1})$\sqrt{n}$=K_β

ここで、p1, β を一般化して、

p1⇒p

β ⇒L(p)

に変えます。慣れないとここの変化は無理矢理感がありますけど。

(k-K_p)$\sqrt{n}$=$K_{L(p)}$

★L(p)の作り方

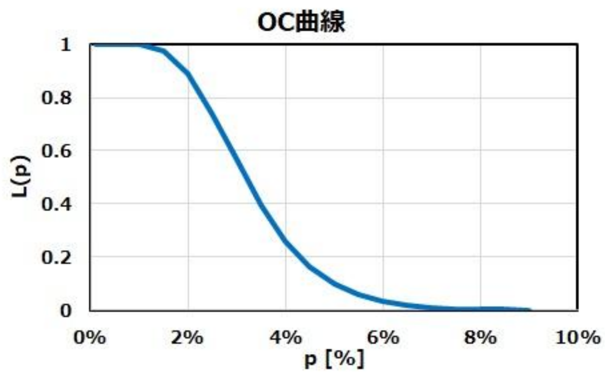
1. 不良率 p を変数として 0 から値を振る。 2. p から正規分布表を使ってK_pに変換する。 3. サンプル数 n,合格判定係数 k を代入し、$K_{L(p)}$を計算する。 4. $K_{L(p)}$を満たす確率 L(p)を求める。 5. p と L(p)の関係から OC 曲線を描く。

では、実際にやってみましょう。表にまとめます。

p	Kp	k-Kp	(k-Kp) $\sqrt{n}$ $=K_{L(P)}$	L(p)
0.01	2.33	-0.47	-2.91	1
0.02	2.05	-0.2	-1.23	0.89
0.03	1.88	-0.03	-0.16	0.56
0.04	1.75	0.1	0.64	0.26
0.05	1.64	0.21	1.3	0.1
0.06	1.55	0.3	1.85	0.03
0.07	1.48	0.38	2.34	0.01
0.08	1.41	0.45	2.77	0

ここで、表の計算式を Excel の式を使って表現しています。
Kp=ABS(NORM.INV(p の値,0,1))
L(p)=1-(NORM.DIST($K_{L(p)}$)の値,0,1,TRUE))

(2) OC 曲線を描く
OC 曲線です。計数抜取検査と似たような曲線になります。



計量抜取検査は式変形が多いですが、慣れましょう。

以上、 JISZ9003 計量抜取検査(標準偏差既知)で下限規格値が既知の抜取方式について、サンプル数 n、合格判定個数 k、下限合格判定値の導出や OC 曲線の描き方を解説しました。

<u>JISZ9003 計量抜取検査(標準偏差既知)で上限合格判定値が既知の抜取方式</u>

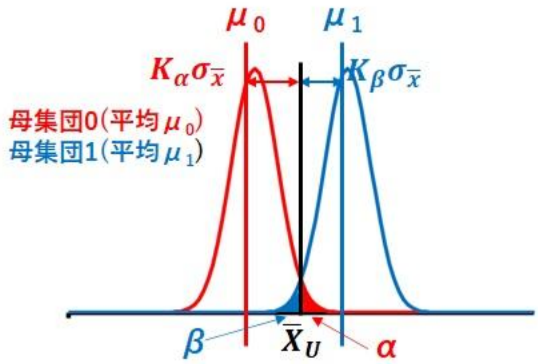
【1】上限合格判定値についての関係式を導出

(1) 関係式を導出するためのモデル図を作成

次のような計量抜取検査を考えます。

あるロットが正規分布に従っている。上限合格判定値$\overline{X_U}$でロットの合否を判断する。 ●上限合格判定値$\overline{X_U}$未満のロットは合格 ●上限合格判定値$\overline{X_U}$以上のロットは不合格 とする。前者はできるだけ合格させたいが、後者はできるだけ不合格にさせる抜取検査を考えたい。

モデル図を下図のように作ります。



できるだけ合格させたい p_0 はα=0.05(生産者危険)

できるだけ不合格にさせたい p_1 はβ=0.1(消費者危険)

の確率になるような抜取方式を検討します。

(2) 関係式を導出

モデル図から次の式が導かれます。計量抜取検査の理論は、モデル図から式を導出します。

①$\sigma_{\bar{x}}=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

②上限合格判定値$\bar{X}_U$の関係式を作ります。

ここから

・$\mu_0=\bar{X}_U-K_\alpha\sigma_{\bar{x}}$

・$\mu_1=\bar{X}_U+K_\beta\sigma_{\bar{x}}$

サンプル数nの導出

式変形します。

$\mu_1-\mu_0=K_\alpha\sigma_{\bar{x}}+K_\beta\sigma_{\bar{x}}$

よって、

n=$\left(\frac{K_\alpha+K_\beta}{\mu_1-\mu_0}\right)^2\sigma^2$

下限合格判定値が与えられた場合と同じ式になります。

★上限合格判定値$\overline{X_U}$の導出

$$\bar{X}_U=\mu_0+K_\alpha\sigma_{\bar{x}}$$
$$=\mu_0+K_\alpha\frac{\mu_1-\mu_0}{K_\alpha+K_\beta}$$
$$=\frac{K_\beta\mu_0+K_\alpha\mu_1}{K_\alpha+K_\beta}$$

なお、サンプル数 n と、合格判定値の式は下限合格判定値が与えられた場合と同じ式になります。

【2】上限合格判定値と上限規格値の導出方法の違い
(1)上限規格値の場合

●サンプル数n=n$(K_\alpha, K_\beta, K_{p0}, K_{p1})$
●合格判定係数k=k$(K_\alpha, K_\beta, K_{p0}, K_{p1})$

(2) 上限合格判定値の場合

●サンプル数n=n$(K_\alpha, K_\beta, \mu_0, \mu_1, \sigma)$
●上限合格判定値$\bar{X}_U$=$(K_\alpha, K_\beta, \mu_0, \mu_1)$

サンプル数 n を表現する変数が変わることと
合格判定係数 k ではなく、直接上限合格判定値を使うことの 2 点の違いがあります。

【3】演習問題
サンプル数 n と上限合格判定値$\overline{X_U}$を使って、計量抜取検査の OC 曲線が描けます。演習問題を考えましょう。

【演習問題】 あるスナック菓子のロットの平均値が 150g 以上ある場合は、できるだけ合格させたいが、152g 以下の平均値をもつロットはできるだけ不合格にしたい。ただし、ロットの標準偏差は 5g とわかっている。このとき、第 1 種の誤りである α=0.05,第 2 種の誤りである β=0.10 とした場合の抜取方式を決めよ。

まず、検査は抜取検査をやろうとしていますね。
次に、扱う変数は厚さという計量値を検査しようとしていますね。
最後に、上限合格判定値が決まっていますね。

サンプル数 n と上限合格判定値$\overline{X_U}$を導出した公式から求めましょう。
まず、確率からK_α、K_βがわかります。正規分布表を活用します。
K_α=1.645 (α=0.05 のときの K 値)
K_β=1.282(β=0.10 のときの K 値)

正規分布表に苦手意識があれば関連記事で復習しましょう。

【関連記事】【簡単】正規分布は怖くない！正規分布表や確率計算の求め方がすぐわかる https://qcplanets.com/method/statistics/normal-distribution/

サンプル数 n は

n=$\left(\frac{K_\alpha+K_\beta}{\mu_0-\mu_1}\right)^2\sigma^2$
=$\left(\frac{1.645+1.282}{152-150}\right)^2 5^2$
=54

$\bar{X}_U$
=$\frac{K_\beta\mu_0+K_\alpha\mu_1}{K_\alpha+K_\beta}$
=$\frac{1.282\times150+1.645\times152}{1.645+1.282}$
=151.12

まとめると(n, $\overline{X_U}$)=(54,151.12)の値で、
平均値が 151.12g 以上ならロット合格、未満ならロット不合格となります。

【4】OC 曲線を描く
上の演習問題の結果を OC 曲線で描きます。
(1) OC 曲線を描くための準備
なお、OC 曲線を描くために、の関係式を再度書きます。

・$\mu_1 = \bar{X}_U + K_\beta \sigma / \sqrt{n}$

ここで、μ_1, β を一般化して、

μ_1⇒μ
β⇒L(μ)

に変えます。慣れないとここの変化は無理矢理感がありますけど。

μ=$\bar{X}_U + K_{L(\mu)} \sigma / \sqrt{n}$
$\frac{\mu_{\bar{X}_U}}{\sigma} \sqrt{n} = K_{L(\mu)}$

$\frac{\mu_{\bar{X}_U}}{\sigma} \sqrt{n} = K_{L(\mu)}$

(2) L(p)の作り方

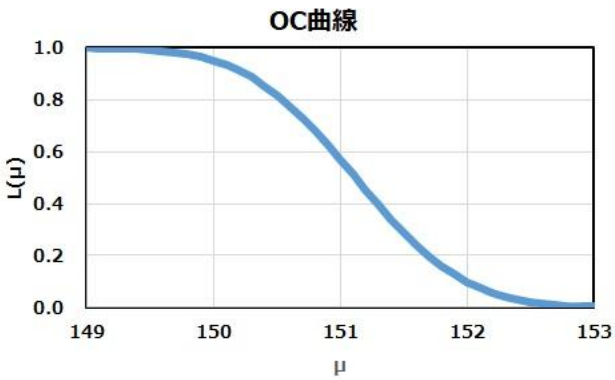
1. μ を変数として値を振る。
2. $\frac{\bar{X}_U - \mu}{\sigma} \sqrt{n}$を計算する。
3. μ と L(μ)の関係から OC 曲線を描く。

では、実際にやってみましょう。表にまとめます。

μ	μ-$\bar{X}_U$	$\frac{\mu - \bar{X}_L}{\sigma}$	$\frac{\mu - \bar{X}_L}{\sigma} \sqrt{n}$	L(μ)
149	-2.12	-0.424	-3.116	0.999
149.5	-1.62	-0.324	-2.381	0.991
150	-1.12	-0.224	-1.646	0.95
150.5	-0.62	-0.124	-0.911	0.819
151	-0.12	-0.024	-0.176	0.57
151.5	0.38	0.076	0.558	0.288
152	0.88	0.176	1.293	0.098
152.5	1.38	0.276	2.028	0.021
153	1.88	0.376	2.763	0.003

ここで、表の計算式を Excel の式を使って表現しています。
L(p)=1- (NORM.DIST($K_{L(p)}$の値,0,1,TRUE))

(3) OC 曲線を描く
OC 曲線です。計数抜取検査と似たような曲線になります。



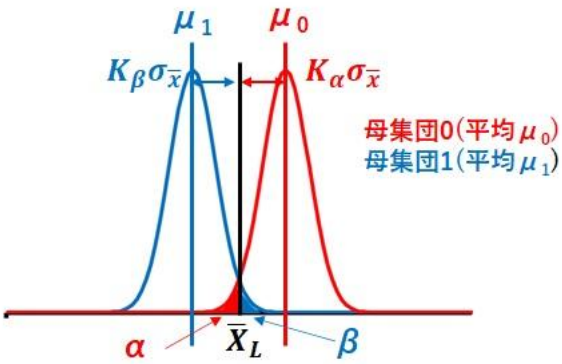
計量抜取検査は式変形が多いですが、慣れましょう。
以上、 JISZ9003 計量抜取検査(標準偏差既知)で上限合格判定値が既知の抜取方式について、解説しました。

JISZ9003 計量抜取検査(標準偏差既知)で下限合格判定値が既知の抜取方式

【1】下限合格判定値についての関係式を導出
(1) 関係式を導出するためのモデル図を作成
次のような計量抜取検査を考えます。

あるロットが正規分布に従っている。下限合格判定値$\overline{X_L}$でロットの合否を判断する。 ●下限合格判定値$\overline{X_L}$以上のロットは合格 ●下限合格判定値$\overline{X_L}$以下のロットは不合格 とする。前者はできるだけ合格させたいが、後者はできるだけ不合格にさせる抜取検査を考えたい。

モデル図を下図のように作ります。



できるだけ合格させたい p_0 は α=0.05(生産者危険)
できるだけ不合格にさせたい p_1 は β=0.1(消費者危険)
の確率になるような抜取方式を検討します。

(2) 関係式を導出
モデル図から次の式が導かれます。計量抜取検査の理論は、モデル図から式を導出します。

①$\sigma_{\bar{x}}=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

②下限合格判定値$\bar{X}_L$の関係式を作ります。

・$\mu_0=\bar{X}_L+K_\alpha\sigma_{\bar{x}}$
・$\mu_1=\bar{X}_L-K_\beta\sigma_{\bar{x}}$

サンプル数nの導出

式変形します。
$\mu_0-\mu_1=K_\alpha\sigma_{\bar{x}}+K_\beta\sigma_{\bar{x}}$

よって、
$n=(\frac{K_\alpha+K_\beta}{\mu_0-\mu_1})^2\sigma^2$

下限合格判定値$\bar{X}_L$の導出

$$\bar{X}_L=\mu_0-K_\alpha\sigma_{\bar{x}}$$
$$=\mu_0-K_\alpha\frac{\mu_0-\mu_1}{K_\alpha+K_\beta}$$
$$=\frac{K_\beta\mu_0+K_\alpha\mu_1}{K_\alpha+K_\beta}$$

なお、サンプル数 n と、合格判定値の式は下限の場合も上限の場合も同じ式になります。

【2】下限合格判定値と下限規格値の導出方法の違い
(1) 下限規格値の場合

●サンプル数n=n$(K_\alpha, K_\beta, K_{p0}, K_{p1})$
●合格判定係数k=k$(K_\alpha, K_\beta, K_{p0}, K_{p1})$

(2) 下限合格判定値の場合

●サンプル数n=n$(K_\alpha, K_\beta, \mu_0, \mu_1, \sigma)$
●下限合格判定値$\bar{X}_L = (K_\alpha, K_\beta, \mu_0, \mu_1)$

サンプル数 n を表現する変数が変わることと
合格判定係数 k ではなく、直接下限合格判定値を使うことの 2 点の違いがあります。

【3】演習問題
サンプル数 n と下限合格判定値$\overline{X_L}$を使って、計量抜取検査の OC 曲線が描けます。演習問題で考えましょう。

【演習問題】 あるスナック菓子のロットの平均値が 120g 以上ある場合は、できるだけ合格させたいが、118g 以下の平均値をもつロットはできるだけ不合格にしたい。ただし、ロットの標準偏差は 1g とわかっている。このとき、第 1 種の誤りである α=0.05,第 2 種の誤りである β=0.10 とした場合の抜取方式を決めよ。

まず、検査は抜取検査をやろうとしていますね。
次に、扱う変数は厚さという計量値を検査しようとしていますね。
最後に、下限合格判定値が決まっていますね。

サンプル数 n と下限合格判定値$\overline{X_L}$を導出した公式から求めましょう。
まず、確率からK_α、K_β がわかります。正規分布表を活用します。

K_α=1.645 (α=0.05 のときの K 値)
K_β=1.282(β=0.10 のときの K 値)

正規分布表に苦手意識があれば関連記事で復習しましょう。

【関連記事】【簡単】正規分布は怖くない！正規分布表や確率計算の求め方がすぐわかる https://qcplanets.com/method/statistics/normal-distribution/

サンプル数nは

$$n=\left(\frac{K_\alpha+K_\beta}{\mu_0-\mu_1}\right)^2\sigma^2$$
$$=\left(\frac{1.645+1.282}{120-118}\right)^2 1^2$$
$$=3$$

n=3 かあ、少なすぎますが、数学的は正しいので仕方がありません。

$$\bar{X}_L$$
$$=\frac{K_\beta\mu_0+K_\alpha\mu_1}{K_\alpha+K_\beta}$$
$$=\frac{1.282\times120+1.645\times118}{1.645+1.282}$$
$$=118.88$$

まとめると(n, $\overline{X_L}$)=(3,118.88)の値で、
平均値が 118.88g 以上ならロット合格、未満ならロット不合格となります。

【4】OC 曲線を描く
上の演習問題の結果を OC 曲線で描きます。
(1) OC 曲線を描くための準備
なお、OC 曲線を描くために、の関係式を再度書きます。

・$\mu_1=\bar{X}_L$-$K_\beta\sigma/\sqrt{n}$

ここで、μ_1,βを一般化して、
μ_1⇒μ
β⇒L(μ)
に変えます。慣れないとここの変化は無理矢理感がありますけど。

μ=$\bar{X}_L$-$K_{L(\mu)}\sigma/\sqrt{n}$
$\frac{\mu_{\bar{X}_L}}{\sigma}\sqrt{n}=K_{L(\mu)}$

OC曲線を作る式
$\frac{\mu_{\bar{X}_L}}{\sigma}\sqrt{n}=K_{L(\mu)}$

★L(p)の作り方

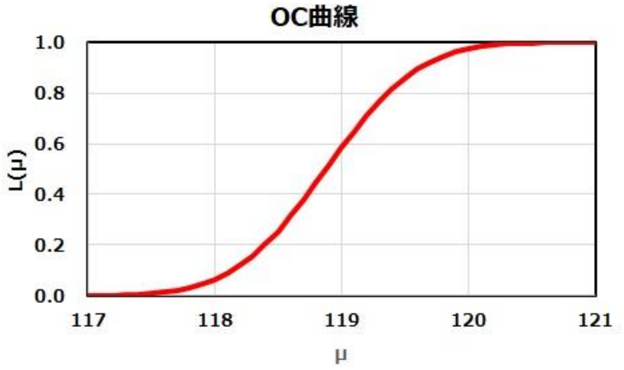
1. μを変数として値を振る。
2.$\frac{\mu-\bar{X}_L}{\sigma}\sqrt{n}$を計算する。
3. μと L(μ)の関係から OC 曲線を描く。

では、実際にやってみましょう。表にまとめます。

μ	μ-$\bar{X}_L$	$\frac{\mu-\bar{X}_L}{\sigma}$	$\frac{\mu-\bar{X}_L}{\sigma}\sqrt{n}$	L(μ)
117	-1.88	-1.88	-3.256	0.001
117.5	-1.38	-1.38	-2.39	0.008
118	-0.88	-0.88	-1.524	0.064
118.5	-0.38	-0.38	-0.658	0.255
119	0.12	0.12	0.208	0.582
119.5	0.62	0.62	1.074	0.859
120	1.12	1.12	1.94	0.974
120.5	1.62	1.62	2.806	0.997
121	2.12	2.12	3.672	1

ここで、表の計算式を Excel の式を使って表現しています。
L(p)= (NORM.DIST($K_{L(p)}$の値,0,1,TRUE))

⑵ OC 曲線を描く
OC 曲線です。計数抜取検査と似たような曲線になります。



普段、右下がりの OC 曲線ですが、今回は逆の右上がりの曲線になりました。
右上がりな OC 曲線もたまに見かけるので、知っておいてください。
計量抜取検査は式変形が多いですが、慣れましょう。

以上、 JISZ9003 計量抜取検査(標準偏差既知)で下限合格判定値が既知の抜取方式について、解説しました。

JISZ9004 計量抜取検査(標準偏差未知)で上下限規格値が既知の抜取方式の理論がわかる

【1】上限規格値 U と合否判定基準
(1) 標準偏差が既知(σ)の場合の関係式
●ロットの平均値$\bar{x}$
●上限規格値 U
●上限合格判定値X_U
●合格判定係数 k
を使います。

上限合格判定値X_U=U-kσ
として、
●ロットの平均値$\bar{x}$ ≦ X_U=U-kσ ならばロットは合格
●ロットの平均値$\bar{x}$ > X_U=U-kσ ならばロットは不合格
つまり、
●$\bar{x}$+kσ ≦ U ならばロットは合格
●$\bar{x}$ +kσ > U ならばロットは不合格
とします。

(2) 標準偏差が未知(s)の場合の関係式
σ⇒s
k⇒k'に
に書き換えます。

●$\bar{x}$+k's ≦ U ならばロットは合格
●$\bar{x}$+k's > U ならばロットは不合格

とします。

【2】上限規格値の分散の仮定方法(JIS と自己流)
(1) $\bar{x}$ +k's の分散を求める
ここで、変数 x は、正規分布 N(μ,σ^2)に従うとすると、
ロットの平均値$\bar{x}$は、正規分布 N(μ, $\frac{\sigma^2}{n}$)に従います。
$\bar{x}$ +k's の分散において、統計量 s の分散の仮定の仕方が 2 通りあります。

(2) JISZ9004 に準拠する場合

統計量 s において、n>5 のとき、s の分布は正規分布 N(σ, $\frac{\sigma^2}{2(n-1)}$)に近似できる

なぜこう近似できるかは、よくわかりませんが、この仮定で JIS は規定しています。理由がわかる方、教えてください。JISZ9004 に準拠する場合をまとめると、

$\bar{x}$+k's は、正規分布 N(μ+k'σ, $\frac{\sigma^2}{n}+\frac{k'^2\sigma^2}{2(n-1)}$)に従う.

(3) 自己流の場合
JISZ9004 の仮定の仕方がよくわからない(納得いかない)ので、QC プラネッツは自己流で仮定します。

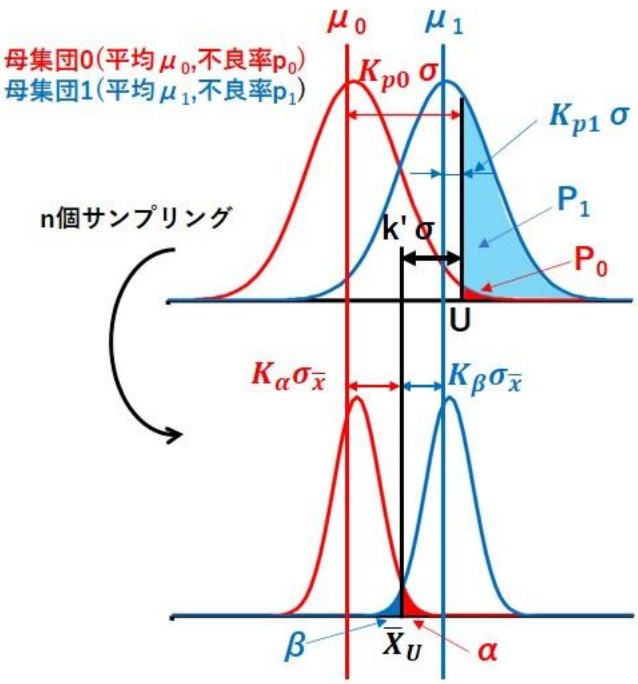
統計量 s が正規分布に従うのは OK。平均σも OK。ただし分散はいくらになるかわからないので変数 m を設定して、正規分布 N(σ, $\frac{m^2\sigma^2}{n}$)に従うと仮定する。

統計量 s の分散は$\frac{\sigma^2}{n}$のm^2倍と置くことにします。この方が理解しやすいと考えます。
JISZ9004 の方法と自己流でサンプル数 n と合格判定係数 k'を導出します。

【3】サンプル数 n,合格判定係数 k の導出(JISZ9004 準拠)

(1) 上限規格値 U の立式

JIS の方法で n,k を導出します。モデル図から U の関係式を導出します。



U=μ_0+k'σ+K_ασ$\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{k'^2}{2(n-1)}}$

U=μ_1+k'σ-K_βσ$\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{k'^2}{2(n-1)}}$

と導出できます。

(2) 変数K_{p0}とK_{p1}の導出

$$K_{p0}=\frac{U-\mu_0}{\sigma}$$
$$K_{p1}=\frac{U-\mu_1}{\sigma}$$

となります。

U=μ_0+k'σ+K_ασ$\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{k'^2}{2(n-1)}}$

U=μ_1+k'σ-K_βσ$\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{k'^2}{2(n-1)}}$

を変形して

U-μ_0=σ(k'+$K_\alpha\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{k'^2}{2(n-1)}}$)

U-μ_1=σ(k'-$K_\beta\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{k'^2}{2(n-1)}}$)

K_{p0}=,K_{p1}=の式に変形します。

$$K_{p0}=k'+K_\alpha\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{k'^2}{2(n-1)}}$$
$$K_{p1}=k'-K_\beta\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{k'^2}{2(n-1)}}$$

となります。

(3) 合格判定係数 k'の導出

K_{p0} = k'+$K_\alpha \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{k'^2}{2(n-1)}}$
K_{p1} = k'-$K_\beta \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{k'^2}{2(n-1)}}$
の$\sqrt{\frac{1}{n} + \frac{k'^2}{2(n-1)}}$に注目して変形します。

$$\frac{K_{p0}-k'}{K_\alpha} = \frac{k'-K_{p1}}{K_\beta}$$

となり、k'の式に変形します

$$k' = \frac{K_\beta K_{p0}+K_\alpha K_{p1}}{K_\alpha+K_\beta}$$

となり、標準偏差既知の場合と同じ式になります。

(4) サンプル数 n の導出

近似します。n-1≒nとして変形します。ちょっと強引？
K_{p0} = k'+$K_\alpha \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{k'^2}{2(n-1)}}$
をn-1≒nとして
K_{p0} = k'+$K_\alpha \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{k'^2}{2n}}$
にして変形します。うーん強引ですけど。

K_{p0} = k'+$K_\alpha \frac{1}{\sqrt{n}} \sqrt{1 + \frac{k'^2}{2}}$
$\sqrt{n}(K_{p0} - k')$=$K_\alpha \sqrt{1 + \frac{k'^2}{2}}$

n=$(\frac{K_\alpha}{K_{p0}-k'})^2(1 + \frac{k'^2}{2})$
k'=$\frac{K_\beta K_{p0}+K_\alpha K_{p1}}{K_\alpha+K_\beta}$を代入して、

n=$(\frac{K_\alpha+K_\beta}{K_{p0}-K_{p1}})^2(1 + \frac{k'^2}{2})$
となります。
$(\frac{K_\alpha+K_\beta}{K_{p0}-K_{p1}})^2$は標準偏差既知の場合もありましたが、
それに、$(1 + \frac{k'^2}{2})$が追加される形になります。

(6)サンプル数 n、合格判定係数 k'の導出のまとめ

k'=$\frac{K_\beta K_{p0}+K_\alpha K_{p1}}{K_\alpha+K_\beta}$は標準偏差既知の場合と同じ式
n=$(\frac{K_\alpha+K_\beta}{K_{p0}-K_{p1}})^2(1 + \frac{k'^2}{2})$は標準偏差既知の場合から$(1 + \frac{k'^2}{2})$が追加された式
になる。

【4】サンプル数 n,合格判定係数 k の導出(自己流)

(1) JISZ9004 の導出方法

$$U=\mu_0+k'\sigma+K_\alpha\sigma\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{k'^2}{2(n-1)}}$$
$$U=\mu_1+k'\sigma-K_\beta\sigma\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{k'^2}{2(n-1)}}$$

を、自己流の導出方法

$$U=\mu_0+k'\sigma+K_\alpha\sigma\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{k'^2m^2}{n}}$$
$$U=\mu_1+k'\sigma-K_\beta\sigma\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{k'^2m^2}{n}}$$

に変形します。

(2) 変数K_{p0}とK_{p1}の導出

JISZ9004 の導出方法と同じで、

$$K_{p0}=\frac{U-\mu_0}{\sigma}$$
$$K_{p1}=\frac{U-\mu_1}{\sigma}$$

となります。

$$U=\mu_0+k'\sigma+K_\alpha\sigma\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{k'^2m^2}{n}}$$
$$U=\mu_1+k'\sigma-K_\beta\sigma\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{k'^2m^2}{n}}$$

を変形して

$$U-\mu_0=\sigma(k'+K_\alpha\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{k'^2m^2}{n}})$$
$$U-\mu_1=\sigma(k'-K_\beta\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{k'^2m^2}{n}})$$

とします。

K_{p0}=,K_{p1}=の式に変形します。

$$K_{p0}=k'+K_\alpha\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{k'^2m^2}{n}}$$
$$K_{p1}=k'-K_\beta\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{k'^2m^2}{n}}$$

となります。

(3) 合格判定係数 k'の導出

$$K_{p0}=k'+K_\alpha\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{k'^2m^2}{n}}$$
$$K_{p1}=k'-K_\beta\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{k'^2m^2}{n}}$$

の$\sqrt{\frac{k'^2m^2}{n}}$に注目して変形します。

$$\frac{K_{p0}-k'}{K_\alpha}=\frac{k'-K_{p1}}{K_\beta}$$

となり、k'の式に変形します。

$$k'=\frac{K_\beta K_{p0}+K_\alpha K_{p1}}{K_\alpha+K_\beta}$$

となり、標準偏差既知の場合でも、JISZ9004 の方法でも同じ式になります。

(4) サンプル数 n の導出

$$K_{p0}=k'+K_\alpha\frac{1}{\sqrt{n}}\sqrt{1+k'^2m^2}$$

$$\sqrt{n}(K_{p0}-k')=K_\alpha\sqrt{1+k'^2m^2}$$

$$n=\left(\frac{K_\alpha}{K_{p0}-k'}\right)^2(1+k'^2m^2)$$

$k'=\frac{K_\beta K_{p0}+K_\alpha K_{p1}}{K_\alpha+K_\beta}$ を代入して、

$$n=\left(\frac{K_\alpha+K_\beta}{K_{p0}-K_{p1}}\right)^2(1+k'^2m^2)$$

となります。

$\left(\frac{K_\alpha+K_\beta}{K_{p0}-K_{p1}}\right)^2$ は標準偏差既知の場合もありましたが、
それに、$(1+k'^2m^2)$が追加される形になります。

(5) サンプル数 n、合格判定係数 k'の導出のまとめ

$k'=\frac{K_\beta K_{p0}+K_\alpha K_{p1}}{K_\alpha+K_\beta}$ は標準偏差既知の場合およびJISZ9004の導出方法と
同じ式
$n=\left(\frac{K_\alpha+K_\beta}{K_{p0}-K_{p1}}\right)^2(1+k'^2m^2)$は標準偏差既知の場合から$(1+k'^2m^2)$
が追加された式になる。

【5】下限規格値 L が既知の場合の n,k の導出

下限規格値 L が既知の場合も、上限規格値 U が既知の場合と同様に導出できます。

結果だけまとめます。

(1) サンプル数 n,合格判定係数 k の導出(JISZ9004 準拠)

$k'=\frac{K_\beta K_{p0}+K_\alpha K_{p1}}{K_\alpha+K_\beta}$ は標準偏差既知の場合と同じ式
$n=\left(\frac{K_\alpha+K_\beta}{K_{p0}-K_{p1}}\right)^2(1+\frac{k'^2}{2})$は標準偏差既知の場合から$(1+\frac{k'^2}{2})$が追加
された式になる。

(2) サンプル数 n,合格判定係数 k の導出(自己流)

k'= $\frac{K_{\beta}K_{p0}+K_{\alpha}K_{p1}}{K_{\alpha}+K_{\beta}}$ は標準偏差既知の場合およびJISZ9004の導出方法と同じ式

n=$(\frac{K_{\alpha}+K_{\beta}}{K_{p0}-K_{p1}})^2(1+k'^2m^2)$は標準偏差既知の場合から$(1+k'^2m^2)$が追加された式になる。

以上、 JISZ9004 計量抜取検査(標準偏差未知)で上限限規格値が既知の抜取方式について、サンプル数 n、合格判定個数 k の導出方法とその理論について解説しました。

JISZ9004 計量抜取検査(標準偏差未知)で上限規格値が既知の抜取方式

【1】サンプル数 n と合格判定係数 k を導出
準偏差が未知の場合において、サンプル数 n、合格判定係数 k の導出は、
本冊子【JISZ9004 計量抜取検査(標準偏差未知)で上下限規格値が既知の抜取方式の理論】
にまとめております。
標準偏差が未知の場合、未知をどう定義するかがポイントになります。
JISZ9004 の定義方法と、QC プラネッツ独自の定義方法を使って、それぞれサンプル数 n、合格判定係数 k を導出しています。本記事は、結果だけ扱います。

(1) JISZ9004 の定義方法の場合

JISZ9004の定義方式

●n=$(\frac{K_\alpha+K_\beta}{K_{p0}-K_{p1}})^2(1+\frac{k'^2}{2})$

●k'=$\frac{K_\beta K_{p0}+K_\alpha K_{p1}}{K_\alpha+K_\beta}$

標準偏差が既知の場合との違い

●nは$(1+\frac{k'^2}{2})$が追加される

●k'はkと同じ式

標準偏差が未知の場合は、k'分だけサンプル数が増加するわけです。

(2) QC プラネッツ独自の定義方法の場合

QCプラネッツ独自の定義方法の場合

●n=$(\frac{K_\alpha+K_\beta}{K_{p0}-K_{p1}})^2(1+k'^2m^2)$

●k'=$\frac{K_\beta K_{p0}+K_\alpha K_{p1}}{K_\alpha+K_\beta}$

標準偏差が既知の場合との違い

●nは$(1+k'^2m^2)$が追加される

●k'はkと同じ式

標準偏差が未知の場合は、k'と m 分だけサンプル数が増加するわけです。変数 m は標準偏差 s と σ の比ですが、実際はいくらになるかわかりません。m をいくらか仮定し、抜取検査の結果にどうように影響を与えるかを考えるヒントになります。

【2】演習問題
実際の例を見ながら、理解を深めていきます。

【問】p0=1%, α=0.05,p1=10%, β=0.10 を満足する抜取方式を以下のそれぞれについて考えよ。 (1) 標準偏差 σ が既知の場合 (2) 標準偏差 σ が未知の場合

単なる公式代入ですが、標準偏差 σ が既知・未知でどの程度違うのかを計算しましょう。
(1) 合格判定係数 k と k'

●k'=k=$\frac{K_\beta K_{p0}+K_\alpha K_{p1}}{K_\alpha+K_\beta}$

$\frac{1.282\times2.326+1.645\times1.282}{1.645+1.282}$

=1.739
標準偏差が既知、未知どの場合も同じ結果になります。

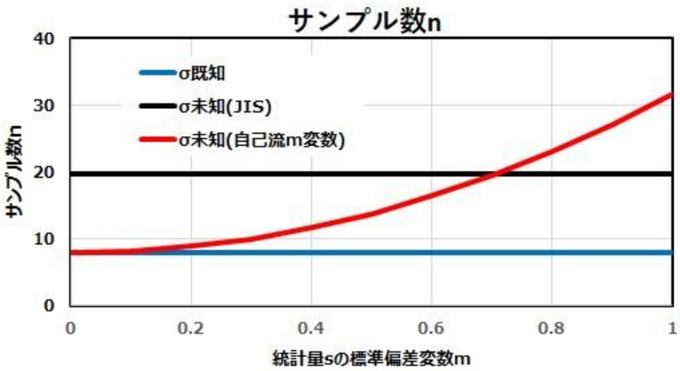
(2) サンプル数 n

●標準偏差σが既知の場合
n=$(\frac{K_\alpha+K_\beta}{K_{p0}-K_{p1}})^2$
=$(\frac{1.645+1.282}{2.326-1.282})^2$
=7.845≒8

●標準偏差σが未知の場合(JISZ9004の計算方法)
n=$(\frac{K_\alpha+K_\beta}{K_{p0}-K_{p1}})^2(1+\frac{k'^2}{2})$
=$(\frac{1.645+1.282}{2.326-1.282})^2(1+\frac{1.739^2}{2})$
=19.71≒20

●標準偏差σが未知の場合(自己流の計算方法)
n=$(\frac{K_\alpha+K_\beta}{K_{p0}-K_{p1}})^2(1+k'^2m^2)$
=$(\frac{1.645+1.282}{2.326-1.282})^2(1+1.739^2m^2)$

m の変数となります。
m を変化させた場合のサンプル数 n の変化をグラフします。



m=0.7 くらいで、JISZ9004 の導出方法と自己流の導出方法によるサンプル数 n が一致します。統計量 s は標準偏差σの 0.7 倍くらいとすれば、JISZ9004 の導出方法と自己流の導出方法のどちらでもサンプル数 n は等しいといえますね。

(3) 演習問題の解答
k=1.739 でしたから、サンプル数 n に対して、$\bar{x}$,s を求めて
● $\bar{x}$+1.739s ≦ U ならば、ロットは合格
● $\bar{x}$+1.739s ＞ U ならば、ロットは不合格
となります。

【3】OC 曲線を描く
上の例題について、OC 曲線を描いて比較しましょう。
(1) OC 曲線を描くための準備
★L(p)の作り方

1. 不良率 p を変数として 0 から値を振る。
2. p から正規分布表を使ってK_pに変換する。
3. サンプル数 n,合格判定係数 k を代入し、$K_{L(p)}$を計算する。
4. $K_{L(p)}$を満たす確率 L(p)を求める。
5. p と L(p)の関係から OC 曲線を描く。

なお、OC 曲線を描くために、k, β ,p1 の関係式を再度書きます。
(i)標準偏差が既知の場合
(ii)標準偏差が未知で JISZ9004 の導出の場合
(iii)標準偏差が未知で自己流の導出の場合

標準偏差が既知の場合の OC 曲線を描く準備については、
本冊子【JISZ9003 計量抜取検査(標準偏差既知)で上限規格値が既知の抜取方式】
本冊子【JISZ9004 計量抜取検査(標準偏差未知)で上下限規格値が既知の抜取方式の理論】
で解説しています。

★k, K_{p1}とK_{β}の関係式を作る
それぞれの場合について関係式を作ります。

k'をkに戻します。

(i) k=$K_{p1}+K_{\beta}\frac{1}{\sqrt{n}}$

(ii) K_{p1} = k+$K_{\beta}\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{k^2}{2(n-1)}}$

(iii) K_{p1} = k+$K_{\beta}\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{k^2 m^2}{n}}$

p1⇒p, β⇒L(p)に変えて一般化し、$K_{L(p)}$についての式に変形します。

(i) (k-K_{p1})$\sqrt{n}$=$K_{L(p)}$

(ii) (k-K_{p1}) 1/$\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{k^2}{2(n-1)}}$ = $K_{L(p)}$

(iii) (k-K_{p1})1/$\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{k^2 m^2}{n}}$ = $K_{L(p)}$

n,k,p を入力して、$K_{L(p)}$から L(p)を計算します。P と L(p)の関係を OC 曲線に描きます。
上の例題をもとに OC 曲線を描きます。

★OC 曲線のデータ表
(i)標準偏差が既知の場合

p	Kp	k-Kp	$K_{L(P)}$	L(p)
0.001	3.09	-1.35	-3.78	1
0.05	1.64	0.09	0.26	0.4
0.1	1.28	0.46	1.28	0.1
0.15	1.04	0.7	1.97	0.02
0.2	0.84	0.9	2.51	0.01

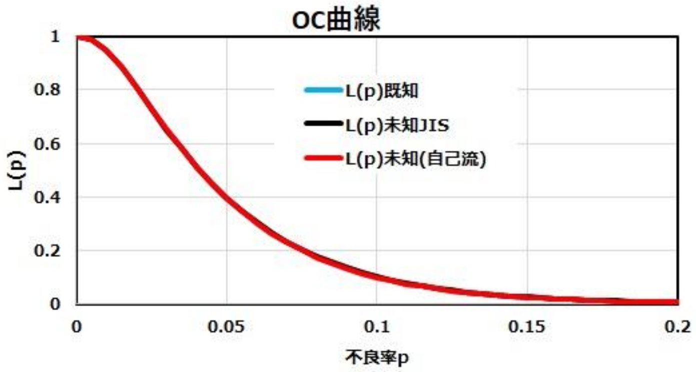
(ii)標準偏差が未知で JISZ9004 の導出の場合

p	Kp	k-Kp	$K_{L(P)}$	L(p)
0.001	3.09	-1.35	-3.72	1
0.05	1.64	0.09	0.26	0.4
0.1	1.28	0.46	1.26	0.1
0.15	1.04	0.7	1.94	0.03
0.2	0.84	0.9	2.47	0.01

(iii)標準偏差が未知で自己流の導出の場合(m=1 の計算結果)

p	Kp	k-Kp	$K_{L(P)}$	L(p)
0.001	3.09	-1.35	-3.78	1
0.05	1.64	0.09	0.26	0.4
0.1	1.28	0.46	1.28	0.1
0.15	1.04	0.7	1.97	0.02
0.2	0.84	0.9	2.51	0.01

結果をグラフにまとめます。



３つの場合の OC 曲線はほぼ一致しました。あら、不思議ですね。

以上、JISZ9004 計量抜取検査(標準偏差未知)で上限規格値が既知の抜取方式について、サンプル数 n、合格判定個数 k の導出方法とその理論について解説しました。

JISZ9004 計量抜取検査(標準偏差未知)で下限規格値が既知の抜取方式

【1】サンプル数 n と合格判定係数 k を導出
標準偏差が未知の場合において、サンプル数 n、合格判定係数 k の導出は、
本冊子【JISZ9004 計量抜取検査(標準偏差未知)で上下限規格値が既知の抜取方式の理論】
にまとめています。

標準偏差が未知の場合、未知をどう定義するかがポイントになります。JISZ9004 の定義方法と、QC プラネッツ独自の定義方法を使って、それぞれサンプル数 n、合格判定係数 k を導出しています。本記事は、結果だけ扱います。

(1) JISZ9004 の定義方法の場合

JISZ9004の定義方式

●n=$(\frac{K_\alpha+K_\beta}{K_{p0}-K_{p1}})^2(1+\frac{k'^2}{2})$

●k'=$\frac{K_\beta K_{p0}+K_\alpha K_{p1}}{K_\alpha+K_\beta}$

標準偏差が既知の場合との違い

●nは$(1+\frac{k'^2}{2})$が追加される

●k'はkと同じ式

標準偏差が未知の場合は、k' 分だけサンプル数が増加するわけです。

(2) QC プラネッツ独自の定義方法の場合

QCプラネッツ独自の定義方法の場合

●n=$(\frac{K_\alpha+K_\beta}{K_{p0}-K_{p1}})^2(1+k'^2m^2)$

●k'=$\frac{K_\beta K_{p0}+K_\alpha K_{p1}}{K_\alpha+K_\beta}$

標準偏差が既知の場合との違い

●nは$(1+k'^2m^2)$が追加される

●k'はkと同じ式

標準偏差が未知の場合は、k'と m 分だけサンプル数が増加するわけです。変数 m は標準偏差 s と σ の比ですが、実際はいくらになるかわかりません。m をいくらか仮定し、抜取検査の結果にどうように影響を与えるかを考えるヒントになります。

【2】演習問題
実際の例を見ながら、理解を深めていきます。

【問】p0=1%, α=0.05,p1=10%, β=0.10 を満足する抜取方式を以下のそれぞれについて考えよ。 (1) 標準偏差 σ が既知の場合 (2) 標準偏差 σ が未知の場合

単なる公式代入ですが、標準偏差 σ が既知・未知でどの程度違うのかを計算しましょう。

(1) 合格判定係数 k と k'

●k'=k=$\frac{K_\beta K_{p0}+K_\alpha K_{p1}}{K_\alpha+K_\beta}$

$\frac{1.282\times2.326+1.645\times1.282}{1.645+1.282}$

=1.739

標準偏差が既知、未知どの場合も同じ結果になります。

(2) サンプル数 n

●標準偏差σが既知の場合

n=$(\frac{K_\alpha+K_\beta}{K_{p0}-K_{p1}})^2$

=$(\frac{1.645+1.282}{2.326-1.282})^2$

=7.845≒8

●標準偏差σが未知の場合(JISZ9004の計算方法)

n=$(\frac{K_\alpha+K_\beta}{K_{p0}-K_{p1}})^2(1+\frac{k'^2}{2})$

=$(\frac{1.645+1.282}{2.326-1.282})^2(1+\frac{1.739^2}{2})$

=19.71≒20

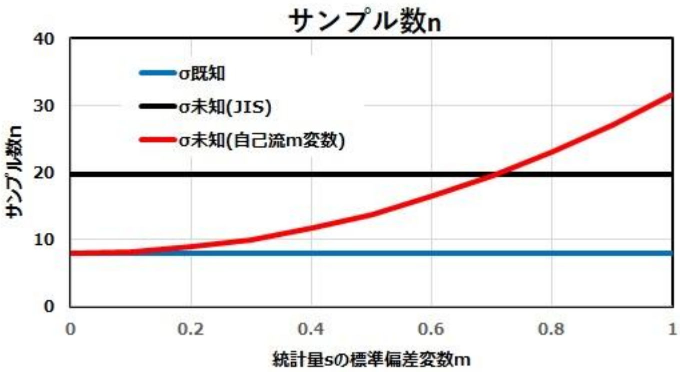
●標準偏差σが未知の場合(自己流の計算方法)

n=$(\frac{K_\alpha+K_\beta}{K_{p0}-K_{p1}})^2(1+k'^2m^2)$

=$(\frac{1.645+1.282}{2.326-1.282})^2(1+1.739^2m^2)$

mの変数となります。

m を変化させた場合のサンプル数 n の変化をグラフします。



m=0.7 くらいで、JISZ9004 の導出方法と自己流の導出方法によるサンプル数 n が一致します。統計量 s は標準偏差 σ の 0.7 倍くらいとすれば、JISZ9004 の導出方法と自己流の導出方法のどちらでもサンプル数 n は等しいといえますね。

(3) 演習問題の解答

k=1.739 でしたから,サンプル数 n に対して、$\bar{x}$,s を求めて

$\bar{x}$-1.739s ≦ L ならば、ロットは合格

$\bar{x}$-1.739s > L ならば、ロットは不合格

となります。

【3】OC 曲線を描く

上の例題について、OC 曲線を描いて比較しましょう。

(1) L(p)の作り方

1. 不良率 p を変数として 0 から値を振る。
2. p から正規分布表を使ってK_pに変換する。
3. サンプル数 n,合格判定係数 k を代入し、$K_{L(p)}$を計算する。
4. $K_{L(p)}$を満たす確率 L(p)を求める。
5. p と L(p)の関係から OC 曲線を描く。

なお、OC 曲線を描くために、k, β ,p1 の関係式を再度書きます。
(i)標準偏差が既知の場合
(ii)標準偏差が未知で JISZ9004 の導出の場合
(iii)標準偏差が未知で自己流の導出の場合

・標準偏差が既知の場合の OC 曲線を描く準備については、
本冊子【JISZ9003 計量抜取検査(標準偏差既知)で上限規格値が既知の抜取方式】
で解説しています。

・標準偏差が未知の場合の OC 曲線を描く準備については、関連記事で解説しています。
本冊子【JISZ9004 計量抜取検査(標準偏差未知)で上下限規格値が既知の抜取方式の理論】
で解説しています。

(2) k,K_{p1} と K_β の関係式を作る
それぞれの場合について関係式を作ります。k'を k に戻します。

(i) k=K_{p1}+$K_\beta\frac{1}{\sqrt{n}}$

(ii) K_{p1} = k+$K_\beta\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{k^2}{2(n-1)}}$

(iii) K_{p1} = k+$K_\beta\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{k^2m^2}{n}}$

p1⇒p, β⇒L(p)に変えて一般化し、$K_{L(p)}$についての式に変形します。

(i) (k-K_{p1})$\sqrt{n}$=$K_{L(p)}$

(ii) (k-K_{p1}) 1/$\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{k^2}{2(n-1)}}$ = $K_{L(p)}$

(iii) (k-K_{p1})1/$\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{k^2m^2}{n}}$ = $K_{L(p)}$

n,k,p を入力して、$K_{L(p)}$から L(p)を計算します。P と L(p)の関係を OC 曲線に描きます。
上の例題をもとに OC 曲線を描きます。

(3) OC 曲線のデータ表
(i)標準偏差が既知の場合

p	Kp	k-Kp	$K_{L(P)}$	L(p)
0.001	3.09	-1.35	-3.78	1
0.05	1.64	0.09	0.26	0.4
0.1	1.28	0.46	1.28	0.1
0.15	1.04	0.7	1.97	0.02
0.2	0.84	0.9	2.51	0.01

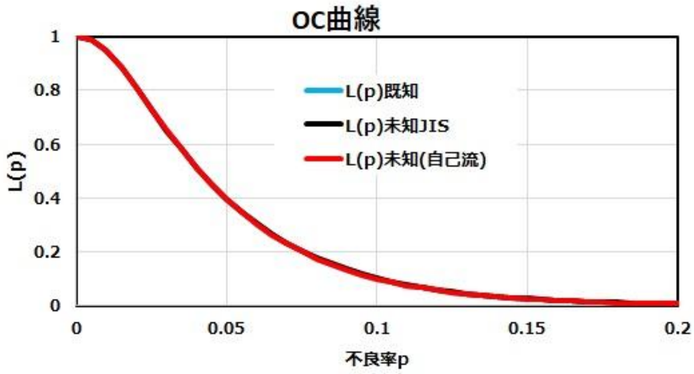
(ii)標準偏差が未知で JISZ9004 の導出の場合

p	Kp	k-Kp	$K_{L(P)}$	L(p)
0.001	3.09	-1.35	-3.72	1
0.05	1.64	0.09	0.26	0.4
0.1	1.28	0.46	1.26	0.1
0.15	1.04	0.7	1.94	0.03
0.2	0.84	0.9	2.47	0.01

(iii)標準偏差が未知で自己流の導出の場合(m=1 の計算結果)

p	Kp	k-Kp	$K_{L(P)}$	L(p)
0.001	3.09	-1.35	-3.78	1
0.05	1.64	0.09	0.26	0.4
0.1	1.28	0.46	1.28	0.1
0.15	1.04	0.7	1.97	0.02
0.2	0.84	0.9	2.51	0.01

結果をグラフにまとめます。



３つの場合の OC 曲線はほぼ一致しました。あら、不思議ですね。

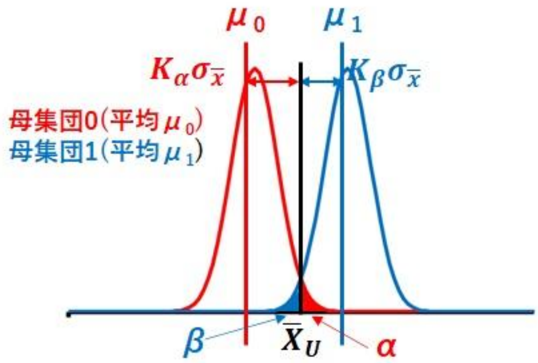
以上、JISZ9004 計量抜取検査(標準偏差未知)で下限規格値が既知の抜取方式について、サンプル数 n、合格判定個数 k の導出方法とその理論について解説しました。

JISZ9004 計量抜取検査(標準偏差未知)で上限合格判定値が既知の抜取方式

【1】上限合格判定値についての関係式を導出
(1) 関係式を導出するためのモデル図を作成
次のような計量抜取検査を考えます。

あるロットが正規分布に従っている。上限合格判定値$\overline{X_U}$でロットの合否を判断する。 ●上限合格判定値$\overline{X_U}$以上のロットは合格 ●上限合格判定値$\overline{X_U}$以下のロットは不合格 とする。前者はできるだけ合格させたいが、後者はできるだけ不合格にさせる抜取検査を考えたい。

モデル図を下図のように作ります。



できるだけ合格させたい p_0 は α =0.05(生産者危険)
できるだけ不合格にさせたい p_1 は β =0.1(消費者危険)
の確率になるような抜取方式を検討します。

(2) 上限合格判定値$\overline{X_U}$の関係式を作ります。

・$\mu_0 = \bar{X}_U - K_\alpha\sigma_{\bar{x}}$
・$\mu_1 = \bar{X}_U + K_\beta\sigma_{\bar{x}}$

$\sigma_{\bar{x}}$が次の条件によって、それぞれ表記が異なる。 (i)標準偏差が既知の場合 (ii)標準偏差が未知で、JISZ9004 の導出方法の場合 (iii)標準偏差が未知で、QC プラネッツ独自の導出の場合

本記事では、標準偏差が既知と未知の場合を比較します。
標準偏差が既知で上限合格判定値が既知の抜取方式ついては、
本冊子【JISZ9003 計量抜取検査(標準偏差既知)で上限合格判定値が既知の抜取方式】
で確認ください。

【2】サンプル数 n と上限合格判定値 U の導出(標準偏差が既知の場合)
標準偏差が既知の場合は

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

導出過程は
本冊子【JISZ9003 計量抜取検査(標準偏差既知)で下限合格判定値が既知の抜取方式】
にまとめています。

(1) サンプル数 n の導出

$$n=\left(\frac{K_\alpha+K_\beta}{\mu_1-\mu_0}\right)^2\sigma^2$$

(2) 上限合格判定値$\overline{X_U}$の導出

$$\bar{X}_U=\frac{K_\beta\mu_0+K_\alpha\mu_1}{K_\alpha+K_\beta}$$

【3】サンプル数 n と上限合格判定値 U の導出(標準偏差が未知で JISZ9004 の場合)
標準偏差が未知で JISZ9004 の導出方法の場合

$$\sigma_{\bar{x}}=\sigma\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{k'^2}{2(n-1)}}$$

(1) サンプル数 n の導出
上限合格判定値 U についての式を再度書きます。

・$\mu_0=\bar{X}_U-K_\alpha\sigma_{\bar{x}}$
・$\mu_1=\bar{X}_U+K_\beta\sigma_{\bar{x}}$

式変形します。

$$\mu_1-\mu_0=K_\alpha\sigma_{\bar{x}}+K_\beta\sigma_{\bar{x}}$$

$\sigma_{\bar{x}}$を代入します。

$$\mu_1-\mu_0=(K_\alpha+K_\beta)\sigma\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{k'^2}{2(n-1)}}$$

ここで、強引に n-1≒n とします。

$$\mu_1-\mu_0=(K_\alpha+K_\beta)\sigma\frac{1}{\sqrt{n}}\sqrt{1+\frac{k'}{2}}$$

よって、

$$n=\left(\frac{K_\alpha+K_\beta}{\mu_1-\mu_0}\right)^2\sigma^2\left(1+\frac{k'^2}{2}\right)$$

サンプル数 n は標準偏差が既知の場合に対して、

$\left(1+\frac{k'^2}{2}\right)$が追加される形になる。

(2) 上限合格判定値$\overline{X_U}$の導出
上限合格判定値 U についての式を再度書きます。

・$\mu_0=\bar{X}_U-K_\alpha\sigma_{\bar{x}}$
$\bar{X}_U=\mu_0+K_\alpha\sigma_{\bar{x}}$

n-1≒n として

$$\bar{X}_U=\mu_0+K_\alpha\sigma\frac{1}{\sqrt{n}}\sqrt{1+\frac{k'}{2}}$$

$n=\left(\frac{K_\alpha+K_\beta}{\mu_1-\mu_0}\right)^2\sigma^2\left(1+\frac{k'^2}{2}\right)$を代入します。

$$\bar{X}_U=\frac{\mu_0K_\beta+\mu_1K_\alpha}{K_\alpha+K_\beta}$$

上限合格判定値は標準偏差が既知の場合と同じ式になる。

【4】サンプル数 n と上限合格判定値 U の導出(標準偏差が未知で自己流の場合)
標準偏差が未知で QC プラネッツ独自の導出の場合

$$\sigma_{\bar{x}} = \sigma\sqrt{\frac{1}{n} + \frac{k'^2 m^2}{n}}$$

(1) サンプル数 n の導出
上限合格判定値 U についての式を再度書きます。

・$\mu_0 = \bar{X}_U - K_\alpha \sigma_{\bar{x}}$
・$\mu_1 = \bar{X}_U + K_\beta \sigma_{\bar{x}}$

式変形します。

$$\mu_1 - \mu_0 = K_\alpha \sigma_{\bar{x}} + K_\beta \sigma_{\bar{x}}$$

$\sigma_{\bar{x}}$を代入します。

$$\mu_1 - \mu_0 = (K_\alpha + K_\beta)\sigma\sqrt{\frac{1}{n} + \frac{k'^2 m^2}{n}}$$
$$\mu_1 - \mu_0 = (K_\alpha + K_\beta)\sigma\frac{1}{\sqrt{n}}\sqrt{1 + k'^2 m^2}$$

よって、

$$n = \left(\frac{K_\alpha + K_\beta}{\mu_1 - \mu_0}\right)^2 \sigma^2 (1 + k'^2 m^2)$$

サンプル数 n は標準偏差が既知の場合に対して、
$(1 + k'^2 m^2)$が追加される形になる。

(2) 上限合格判定値$\overline{X_U}$の導出
上限合格判定値 U についての式を再度書きます。

・$\mu_0 = \bar{X}_U - K_\alpha \sigma_{\bar{x}}$
$\bar{X}_U = \mu_0 + K_\alpha \sigma_{\bar{x}}$

$\bar{X}_U = \mu_0 + K_\alpha \sigma\sqrt{\frac{1}{n} + \frac{k'^2 m^2}{n}}$
$n = \left(\frac{K_\alpha + K_\beta}{\mu_1 - \mu_0}\right)^2 \sigma^2 (1 + k'^2 m^2)$を代入します。
$\bar{X}_U = \frac{\mu_0 K_\beta + \mu_1 K_\alpha}{K_\alpha + K_\beta}$

上限合格判定値 U は標準偏差が既知の場合と同じ $\bar{X}_U = \frac{\mu_0 K_\beta + \mu_1 K_\alpha}{K_\alpha + K_\beta}$ になる。

【5】まとめ

サンプル数 n は標準偏差が既知の場合に対して、

(i)標準偏差既知：n=$(\frac{K_\alpha+K_\beta}{\mu_0-\mu_1})^2\sigma^2$

(ii)標準偏差未知(JIS)：n=$(\frac{K_\alpha+K_\beta}{\mu_0-\mu_1})^2\sigma^2(1+\frac{k'^2}{2})$

(iii)標準偏差未知(自己流):n=$(\frac{K_\alpha+K_\beta}{\mu_0-\mu_1})^2\sigma^2(1+k'^2m^2)$

となる。

面白いですね。

以上、 JISZ9004 計量抜取検査(標準偏差未知)で上限合格判定値が既知の抜取方式について、解説しました。

JISZ9004 計量抜取検査(標準偏差未知)で下限合格判定値が既知の抜取方式

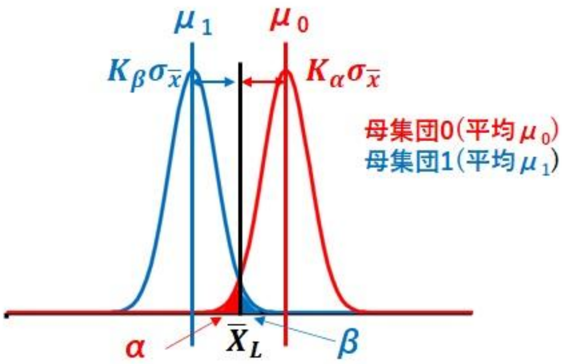
【1】下限合格判定値についての関係式を導出

(1) 関係式を導出するためのモデル図を作成

次のような計量抜取検査を考えます。

あるロットが正規分布に従っている。下限合格判定値$\overline{X_L}$でロットの合否を判断する。 ●下限合格判定値$\overline{X_L}$以上のロットは合格 ●下限合格判定値$\overline{X_L}$以下のロットは不合格 とする。前者はできるだけ合格させたいが、後者はできるだけ不合格にさせる抜取検査を考えたい。

モデル図を下図のように作ります。



できるだけ合格させたい p_0 はα=0.05(生産者危険)

できるだけ不合格にさせたい p_1 はβ=0.1(消費者危険)

の確率になるような抜取方式を検討します。

(2) 下限合格判定値$\overline{X_L}$の関係式を作ります。

・$\mu_0=\bar{X}_L+K_\alpha\sigma_{\bar{x}}$

・$\mu_1=\bar{X}_L-K_\beta\sigma_{\bar{x}}$

$\sigma_{\bar{x}}$が次の条件によって、それぞれ表記が異なる。 (i)標準偏差が既知の場合 (ii)標準偏差が未知で、JISZ9004 の導出方法の場合 (iii)標準偏差が未知で、QC プラネッツ独自の導出の場合

本記事では、標準偏差が既知と未知の場合を比較します。

標準偏差が既知で下限合格判定値が既知の抜取方式ついては、

本冊子【JISZ9003 計量抜取検査(標準偏差既知)で下限合格判定値が既知の抜取方式】

で解説しています。

【2】サンプル数 n と下限合格判定値 L の導出(標準偏差が既知の場合)

導出過程は

本冊子【JISZ9003 計量抜取検査(標準偏差既知)で下限合格判定値が既知の抜取方式】

にまとめています。

(1)標準偏差が既知の場合は

$$\sigma_{\bar{x}}=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

(2) サンプル数 n の導出

$$n=\left(\frac{K_\alpha+K_\beta}{\mu_0-\mu_1}\right)^2\sigma^2$$

(3) 下限合格判定値$\overline{X_L}$の導出

$$\bar{X}_L=\frac{K_\beta\mu_0+K_\alpha\mu_1}{K_\alpha+K_\beta}$$

【3】サンプル数 n と下限合格判定値 L の導出(標準偏差が未知で JISZ9004 の場合)
標準偏差が未知で JISZ9004 の導出方法の場合

$$\sigma_{\bar{x}}=\sigma\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{k'^2}{2(n-1)}}$$

(1) サンプル数 n の導出
下限合格判定値 L についての式を再度書きます。

・$\mu_0=\bar{X}_L+K_\alpha\sigma_{\bar{x}}$
・$\mu_1=\bar{X}_L-K_\beta\sigma_{\bar{x}}$

式変形します。

$$\mu_0-\mu_1=K_\alpha\sigma_{\bar{x}}+K_\beta\sigma_{\bar{x}}$$

$\sigma_{\bar{x}}$を代入します。

$$\mu_0-\mu_1=(K_\alpha+K_\beta)\sigma\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{k'^2}{2(n-1)}}$$

ここで、強引に n-1≒n とします。

$$\mu_0-\mu_1=(K_\alpha+K_\beta)\sigma\frac{1}{\sqrt{n}}\sqrt{1+\frac{k'}{2}}$$

よって、

$$n=\left(\frac{K_\alpha+K_\beta}{\mu_0-\mu_1}\right)^2\sigma^2\left(1+\frac{k'^2}{2}\right)$$

サンプル数 n は標準偏差が既知の場合に対して、
$\left(1+\frac{k'^2}{2}\right)$が追加される形になる。

(2) 下限合格判定値$\overline{X_L}$の導出
下限合格判定値 L についての式を再度書きます。

・$\mu_0=\bar{X}_L+K_\alpha\sigma_{\bar{x}}$
$\bar{X}_L=\mu_0-K_\alpha\sigma_{\bar{x}}$

n-1≒n として

$\bar{X}_L = \mu_0 - K_\alpha \sigma \frac{1}{\sqrt{n}} \sqrt{1+\frac{k'}{2}}$

n=$(\frac{K_\alpha + K_\beta}{\mu_0 - \mu_1})^2 \sigma^2 (1+\frac{k'^2}{2})$を代入します。

$\bar{X}_L = \frac{\mu_0 K_\beta + \mu_1 K_\alpha}{K_\alpha + K_\beta}$

下限合格判定値は標準偏差が既知の場合と同じ式になる。

【4】サンプル数 n と下限合格判定値 L の導出(標準偏差が未知で自己流の場合)
標準偏差が未知で QC プラネッツ独自の導出の場合

$$\sigma_{\bar{x}} = \sigma \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{k'^2 m^2}{n}}$$

(1) サンプル数 n の導出
下限合格判定値 L についての式を再度書きます。

・$\mu_0 = \bar{X}_L + K_\alpha \sigma_{\bar{x}}$
・$\mu_1 = \bar{X}_L - K_\beta \sigma_{\bar{x}}$

式変形します。

$$\mu_0 - \mu_1 = K_\alpha \sigma_{\bar{x}} + K_\beta \sigma_{\bar{x}}$$

$\sigma_{\bar{x}}$を代入します。

$$\mu_0 - \mu_1 = (K_\alpha + K_\beta)\sigma \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{k'^2 m^2}{n}}$$
$$\mu_0 - \mu_1 = (K_\alpha + K_\beta)\sigma \frac{1}{\sqrt{n}} \sqrt{1 + k'^2 m^2}$$

よって、

$$n = (\frac{K_\alpha + K_\beta}{\mu_0 - \mu_1})^2 \sigma^2 (1 + k'^2 m^2)$$

サンプル数 n は標準偏差が既知の場合に対して、
$(1 + k'^2 m^2)$が追加される形になる。

(2) 下限合格判定値$\overline{X_L}$の導出
下限合格判定値 L についての式を再度書きます。

・$\mu_0 = \bar{X}_L + K_\alpha \sigma_{\bar{x}}$
$\bar{X}_L = \mu_0 - K_\alpha \sigma_{\bar{x}}$

$\bar{X}_L$ =μ_0-K_ασ$\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{k'^2 m^2}{n}}$
n=$(\frac{K_\alpha+K_\beta}{\mu_0-\mu_1})^2\sigma^2(1+k'^2 m^2)$を代入します。
$\bar{X}_L$ = $\frac{\mu_0 K_\beta+\mu_1 K_\alpha}{K_\alpha+K_\beta}$

(3) まとめ

下限合格判定値Lは標準偏差が既知の場合と同じ
$\bar{X}_L$ = $\frac{\mu_0 K_\beta+\mu_1 K_\alpha}{K_\alpha+K_\beta}$
式になる。
サンプル数nは標準偏差が既知の場合に対して、
標準偏差が未知の場合は付加項がある。
(i)標準偏差既知：n=$(\frac{K_\alpha+K_\beta}{\mu_0-\mu_1})^2\sigma^2$
(ii)標準偏差未知(JIS)：n=$(\frac{K_\alpha+K_\beta}{\mu_0-\mu_1})^2\sigma^2(1+\frac{k'^2}{2})$
(iii)標準偏差未知(自己流):n=$(\frac{K_\alpha+K_\beta}{\mu_0-\mu_1})^2\sigma^2(1+k'^2 m^2)$

面白いですね。

以上、 JISZ9004 計量抜取検査(標準偏差未知)で下限合格判定値が既知の抜取方式について、解説しました。