

抜取検査(1回抜取)の基礎がわかる

1. OC 曲線を作る超幾何分布、二項分布、ポアソン分布をマスターする
2. 【重要】検査の誤りが OC 曲線へ与える影響がわかる
3. 【重要】計数規準型一回抜取検査表(JISZ9002)は OC 曲線から作れる

OC 曲線を作る超幾何分布、二項分布、ポアソン分布をマスターする

超幾何分布、二項分布、ポアソン分布は数式が全く違うが、値はほぼ同じです。二項分布、ポアソン分布を使って、不良率と不良数についての OC 曲線が描けます。

【1】超幾何分布、二項分布、ポアソン分布がわかる

(1) 超幾何分布と二項分布を理解する

①高校数学の確率がわかれれば OK !

二項分布と似ていますが、次の点で区別します。

二項分布：母集団のデータ数 N が無限、計算式がシンプル

超幾何分布：母集団のデータ数 N が有限、計算式が複雑

超幾何分布は、二項分布より手間がかかり、面倒ですが、母集団のデータ数を考慮したい場合使います。

②超幾何分布と二項分布

確率の問題を使って超幾何分布と二項分布を比較します。

母集団データ数 N 、不良率 $p(%)$ 、抜き取り数 n 、抜き取った n 個から不良が r 個ある確率を求めよ。

$$\text{超幾何分布} : \frac{\frac{Np}{n} C_r \frac{N-Np}{N-n} C_{n-r}}{N C_n}$$

$$\text{二項分布} : {}_n C_r p^r (1-p)^{n-r}$$

全体 N 個、不良総数は Np 個なので、 n 個を抜き取る場合、

●良品は、全体($N-Np$)個から($n-r$)個抜き取られ、

●不良品は、全体 Np 個から r 個抜き取られます。

これを確率の式に入れれば OK です。高校数学のレベルです。

超幾何分布は N, p, n, r の変数で確率を表現しましたが、

二項分布は p, n, r です。 N はありません。

N が十分大きい場合、超幾何分布と二項分布は同じとみなせます。

(2) ポアソン分布と二項分布を理解する

①ポアソン分布は式が難解すぎる

ポアソン分布は二項分布と似ていますが、次の点で区別します。

- ・二項分布：不良率のような確率で表現したい場合
- ・ポアソン分布：不良個数のような個数や数で表現したい場合

ポアソン分布は難しいので、関連記事にわかりやすく解説しています。

●ポアソン分布の式の覚え方

●ポアソン分布の式の導出

●ポアソン分布と二項分布の関係

【関連記事】【簡単】わかりやすくできるポアソン分布【初心者向け】

<https://qcplanets.com/method/statistics/poisson-distribution/>

本記事では、二項分布とポアソン分布は n が大だと同じになるので、OC 曲線が両方の分布で描けることを解説します。

【2】超幾何分布、二項分布、ポアソン分布で確率問題を解く
OC 曲線を描く準備をします。1つ確率の問題を出します。

【例】母集団データ数 100(個)、不良率 10(%)、抜き取り数 10(個)、抜き取った 10(個)から不良が 2 個以下である確率を求めよ。

式を作ります。

$$\bullet \text{超幾何分布} : \sum_{r=0}^2 \frac{\frac{N_p C_r}{N} \frac{N-N_p}{N} C_{n-r}}{C_n} =$$

$$\sum_{r=0}^2 \frac{10 C_r}{100} \frac{90 C_{10-r}}{C_{10}}$$

$$\bullet \text{二項分布} : \sum_{r=0}^2 10 C_r 0.1^r 0.9^{10-r}$$

$$\bullet \text{ポアソン分布} : \sum_{r=0}^2 \exp(-np) \frac{(np)^r}{r!} = \sum_{r=0}^2 \exp(-1) \frac{(1)^r}{r!}$$

ポアソン分布の式に $np=10 \times 10\% = 1$ となる t がところが難しいですね。

計算すると、

●超幾何分布: 0.9399

●二項分布 : 0.9281

●ポアソン分布 0.9197

とほぼ等しい結果になります。

数値が等しくなるので、OC 曲線を作ることができます。

【3】OC 曲線を作る超幾何分布、二項分布、ポアソン分布

先の例題は不良率 $p=10\%$ の 1 点についてだけ計算しました。 p とロット合格確率 $L(p)$ の関係を調べましょう。

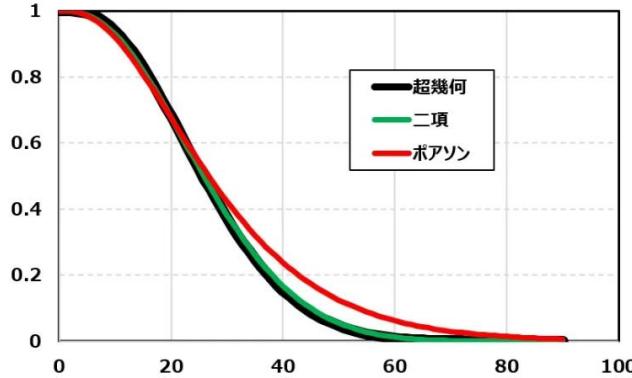
一般化して式を作ります。

$$\bullet \text{超幾何分布} : L(p) = \sum_{r=0}^c \frac{\frac{N_p C_r}{N} \frac{N-N_p}{N} C_{n-r}}{C_n}$$

$$\bullet \text{二項分布} : L(p) = \sum_{r=0}^c n C_r p^r (1-p)^{n-r}$$

$$\bullet \text{ポアソン分布} : L(p) = \sum_{r=0}^c \exp(-np) \frac{(np)^r}{r!}$$

OC 曲線を描きます。



抜取個数、許容不良数が同じの場合は、超幾何分布、二項分布、ポアソン分布からできる OC 曲線はほぼ同一です。

多くの教科書は、代表して二項分布から作る OC 曲線を取り上げますが、QC プラネットは二項分布、ポアソン分布から作る OC 曲線を取り上げます。

二項分布：不良率のような確率で表現したい場合

ポアソン分布：不良個数のような個数や数で表現したい場合

不良率、不良個数が検査合否規準に重要なパラメータであるからです。

超幾何分布は名前も、数式も難しいですが、二項分布にはほぼ近似してよいでしょう。OC 曲線からも明らかです。

以上、OC 曲線を作る超幾何分布、二項分布、ポアソン分布について解説しました。OC 曲線を構成する式の導出、式の意味を理解することが重要です。

検査の誤りが OC 曲線へ与える影響がわかる

【1】OC 曲線を描く前提

試料の不良率 p 以外の不良は考えないことが多い

OC 曲線は二項分布の式

$$L(p) = \sum_{r=0}^n C_r p^r (1-p)^{n-r}$$

で作ります。

つまり、試料の不良率 p のみとわかります。

【2】試料以外で誤り条件がある場合の例

試料の不良率 p 以外に、例えば検査の誤判定がある場合はどう考えるのでしょうか？

検査の誤判定がある場合を考えます。

(1) 検査を誤判定する確率を定義する

- 良品を誤って、不良品とする確率 p_1 と
- 不良品を誤って、良品とする確率 p_2 を
考えます。

検査の誤判定はあまり発生しないので、
 $p_1=0.005, p_2=0.02$ くらいとします。

p_1, p_2 は高くとも数%以下ですね。そんなに試験で誤判定してはいけませんよね。

また、以下も確認します。

- 良品を良品と正しく判定する確率は、 $1-p_1$ です。
- 不良品を不良品と正しく判定する確率は、 $1-p_2$ です。

(2) 検査の誤判定がある場合は不良率 p' を合成する

- ① 検査で不良品と判定する確率 p'
- 良品を誤って、不良品とする確率 = $(1-p)p_1$
- 不良品を正しく不良品とする確率 = $p(1-p_2)$
の和
- $(1-p)p_1 + p(1-p_2)$
で表現できます。

良品の試料である確率 $(1-p)$ と、誤って不良品と判定する確率 p_1 の積が $(1-p)p_1$ 。

不良品の試料である確率 p と、正しく不良品と判定する確率 $(1-p_2)$ の積が $p(1-p_2)$ 。

② 不良率 p を合成

$$p \Rightarrow p' = (1-p)p_1 + p(1-p_2)$$

に合成すればよいです。

(3) 検査の誤判定がある場合の不良率 p を計算する

- ① $p=0.03, p_1=0.005, p_2=0.02 (p_1 < p_2)$ の場合と
- ② $p=0.03, p_1=0.02, p_2=0.005 (p_1 > p_2)$ の場合の
合成不良率 p' を計算します。

$$\text{① } p' = (1-p)p_1 + p(1-p_2) = (1-0.03)0.005 + 0.03(1-0.02)$$

$$=0.97 \times 0.005 + 0.03 \times 0.98 \\ =0.03425$$

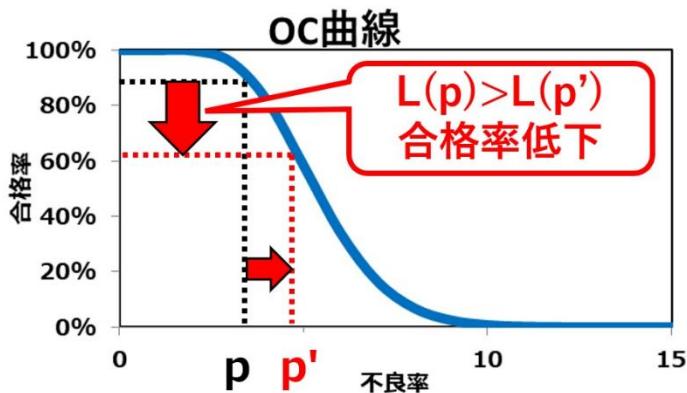
$$\textcircled{2} p' = (1-p)p_1 + p(1-p_2) = (1-0.03)0.02 + 0.03(1-0.005) \\ =0.97 \times 0.02 + 0.03 \times 0.995 \\ =0.04925$$

p₁, p₂ の大小によって合成不良率 p' の値が大きく変わりるのがわかります。

(4) 合成した不良率 p' で OC 曲線を見る

- ①元の p=0.03 から p' =0.03425 と増加する(p < p')。
- ②元の p=0.03 から p' =0.04925 と増加する(p < p')。

合成不良率のよって増加した分、ロットの合格確率 L(p)は低下する



図を見れば、ロットの合格率が低下しているのがわかります。

OC 曲線はジェットコースターのように、ロットの合格率が低下するので、わずかな不良率 p の増加でも注意が必要です。

(5) 検査の誤判定による影響を小さくするために

- 良品を誤って、不良品とする確率=p₁
 - 不良品を誤って、良品とする確率=p₂
- のうち、p₁ を小さくすることが重要

試料以外の不良を考える際は、モデル式から、試料以外の不良による影響を最小化する方法を考えることが重要です。

$$1-p \gg p \text{ より} \\ (p=0.03 \text{ とすると } 1-0.03=0.97 \gg 0.03)$$

$$p'=(1-p)p_1 + p(1-p_2) \\ =(1-p)\{p_1+\frac{p}{1-p}\}(1-p_2)$$

第 2 項を無視すると

$$p'=(1-p)p_1$$

となり、p₂ より p₁ を小さくする方法を考える方がよいとわかります。

- 良品を誤って、不良品とする確率=p₁
を小さくする

試料以外の不良を考える際は、モデル式から、試料以外の不良による影響を最小化する方法を考えることが重要です。

試料以外の不良を考える場合は、

- ①不良率を合成します。
- ②OC 曲線でロット不良率低下の影響を見ます。
- ③試料以外の不良による影響を最小化することを考えます。

以上、

試料以外の誤りがある場合の不良率や OC 曲線への影響を解説しました。抜取検査や OC 曲線を使った応用問題として理解してください。

計数規準型一回抜取検査表(JISZ9002)は OC 曲線から作れる

●You tube 動画

<https://www.youtube.com/embed/basGrieK6Ic>

【1】不良率 p_0, p_1 は標準数で設定

計数規準型一回抜取検査表(JISZ9002)の 2 軸, p_0, p_1 の値と間隔はどのように決まっているか?

計数規準型一回抜取検査表(JISZ9002) (黄色枠の数値)

	p_1 (%)	0.71	0.91	1.13	1.41	…	22.5	28.1
		~	~	~	~	~	~	~
p_0 (%)		0.90	1.12	1.40	1.80	…	28.0	35.5
0.09	~0.112	*	400 1	↓	←	…	↓	↓
0.113	~0.14	*	↓	300 1	↓	…	↓	↓
0.141	~0.180	*	500 2	↓	250 1	…	↓	↓
…	~…	…	…	…	…	…	…	…
9.01	~11.2	*	*	*	*	…	60 10	30 6

p_0 は 0.09% から、 p_1 は 0.71% からスタートし

0.09, 0.113, 0.141, …, 0.9, 1.13, 1.41, … と桁数をあげつつ同じ値を繰り返す。

その理由はわかりますか?

p_0, p_1 の間隔は標準数から決まっていることと、

$p_0=0.09\%, p_1=0.71\%$ からスタートするのは、抜取表が見やすく使いやすくするために調整したためです。

関連記事にまとめていますので、ご覧ください。

【関連記事】【重要】抜取検査に欠かせない標準数がわかる

<https://qcplanets.com/method/sampling-inspection/numbers/>

知っている人は知っている「標準数」です。

【2】サンプル数 n と合格判定個数 c は OC 曲線から求める

(1) 計数規準型一回抜取検査表(JISZ9002)の(n, c)に注目します。

規準型抜取検査表(JISZ9002) (黄色枠の数値)

	p_1 (%)	0.71	0.91	1.13	1.41	…	22.5	28.1
		~	~	~	~	~	~	~
p_0 (%)		0.90	1.12	1.40	1.80	…	28.0	35.5
0.09	~0.112	*	400 1	↓	←	…	↓	↓
0.113	~0.14	*	↓	300 1	↓	…	↓	↓
0.141	~0.180	*	500 2	↓	250 1	…	↓	↓
…	~…	…	…	…	…	…	…	…
9.01	~11.2	*	*	*	*	…	60 10	30 6

(2) サンプル数 n と合格判定個数 c は OC 曲線から求め、
 $L(p)=1-\alpha$ の p を p0,
 $L(p)=\beta$ の p を p1 とします。

この基本的な考え方で、計数規準型一回抜取検査表(JISZ9002)は作られています。

OC 曲線についてと、曲線の描き方については
本冊子【OC 曲線を作る超幾何分布、二項分布、ポアソン分布をマスターする】
事をご覧ください。

【3】OC 曲線の p0,p1 と抜取表の結果は一致する

計数規準型一回抜取検査表(JISZ9002)の(n,c)に数字がある枠について、n,c と p0,p1 の関係を見ます。
計数規準型一回抜取検査表(JISZ9002) (黄色枠の数値)

	p1 (%)	0.71	0.91	1.13	1.41	...	22.5	28.1
		~	~	~	~	~	~	~
p0 (%)		0.90	1.12	1.40	1.80	...	28.0	35.5
0.09	~0.112	*	4001	↓	←	...	↓	↓
0.113	~0.14	*	↓	3001	↓	...	↓	↓
0.141	~0.180	*	5002	↓	2501	...	↓	↓
...	~...
9.01	~11.2	*	*	*	*	...	6010	306

次に関連記事にあるプログラムを使って、(n,c)から(p0,p1)を計算します。

【関連記事】【問題集で使います】OC 曲線の自動作成プログラムの使い方
<https://qcplanets.com/method/sampling-inspection/programmings/>

(1) 結果を次頁に比較します。

×が 33 個、●が 157 個になり、一致する率は $157/(33+157)=82.6\%$ となり、
ほぼ計数規準型一回抜取検査表と一致することがわかりました。

計数規準型一回抜取検査表(JISZ9002)は自分で作った OC 曲線から作れることがわかりますね。
JIS 規格も身近な存在に感じますね。

規格表の作り方がわかると、その理論や背景も理解できます。
単に表の見方だけでなく、意味も理解することができます。

以上、計数規準型一回抜取検査表(JISZ9002)は OC 曲線から作れることを解説しました。

n	c	JIS9015Z		QCプラネット		比較		n	c	JIS9015Z		QCプラネット		比較	
		p0	p1	p0	p1	P0	p1			p0	p1	p0	p1	P0	p1
400	1	0.090~0.112	0.91~1.12	0.08	0.97	×	●	25	0	0.181~0.224	7.11~9.00	0.21	8.80	●	●
500	2	0.141~0.180	0.91~1.12	0.15	1.06	●	●	50	1	0.711~0.900	7.11~9.00	0.71	7.56	●	●
300	1	0.113~0.140	1.13~1.40	0.12	1.29	●	●	60	2	1.13~1.40	7.11~9.00	1.38	8.63	●	●
400	2	0.181~0.224	1.13~1.40	0.20	1.33	●	●	80	3	1.41~1.80	7.11~9.00	1.72	8.16	●	●
500	3	0.225~0.280	1.13~1.40	0.27	1.33	●	●	100	4	1.81~2.24	7.11~9.00	1.99	7.84	●	●
250	1	0.141~0.180	1.41~1.80	0.14	1.55	×	●	120	6	2.25~2.80	7.11~9.00	2.77	8.61	●	●
300	2	0.225~0.280	1.41~1.80	0.27	1.77	●	●	200	10	2.81~3.55	7.11~9.00	3.11	7.60	●	●
400	3	0.281~0.355	1.41~1.80	0.34	1.67	●	●	20	0	0.225~0.280	9.01~11.2	0.26	10.88	●	●
500	4	0.356~0.450	1.41~1.80	0.39	1.59	●	●	40	1	0.901~1.12	9.01~11.2	0.90	9.38	×	●
200	1	0.181~0.224	1.81~2.24	0.17	1.93	×	●	50	2	1.41~1.80	9.01~11.2	1.65	10.30	●	●
250	2	0.281~0.355	1.81~2.24	0.32	2.12	●	●	60	3	1.81~2.24	9.01~11.2	2.31	10.80	×	●
300	3	0.356~0.450	1.81~2.24	0.45	2.21	×	●	70	4	2.25~2.80	9.01~11.2	2.86	11.10	×	●
400	4	0.451~0.560	1.81~2.24	0.49	1.99	●	●	100	6	2.81~3.55	9.01~11.2	3.33	10.29	●	●
500	6	0.561~0.710	1.81~2.24	0.65	2.10	●	●	150	10	3.56~4.50	9.01~11.2	4.17	10.09	●	●
150	1	0.225~0.280	2.25~2.80	0.23	2.57	●	●	15	0	0.281~0.355	11.3~14.0	0.34	14.23	●	×
200	2	0.356~0.450	2.25~2.80	0.41	2.64	●	●	30	1	1.13~1.40	11.3~14.0	1.20	12.36	●	●
250	3	0.451~0.560	2.25~2.80	0.54	2.65	●	●	40	2	1.81~2.24	11.3~14.0	2.07	12.76	●	●
300	4	0.561~0.710	2.25~2.80	0.66	2.65	●	●	50	3	2.25~2.80	11.3~14.0	2.78	12.88	●	●
400	6	0.711~0.900	2.25~2.80	0.82	2.62	●	●	60	4	2.81~3.55	11.3~14.0	3.34	12.88	●	●
60	0	0.090~0.112	2.81~3.55	0.09	3.77	×	×	80	6	3.56~4.50	11.3~14.0	4.18	12.79	●	●
120	1	0.281~0.355	2.81~3.55	0.30	3.20	●	●	120	10	4.51~5.60	11.3~14.0	5.23	12.55	●	●
150	2	0.451~0.560	2.81~3.55	0.54	3.51	●	●	15	0	0.356~0.450	14.1~18.0	0.34	14.23	×	●
200	3	0.561~0.710	2.81~3.55	0.68	3.31	●	●	25	1	1.41~1.80	14.1~18.0	1.44	14.69	●	●
250	4	0.711~0.900	2.81~3.55	0.79	3.17	●	●	30	2	2.25~2.80	14.1~18.0	2.78	16.78	●	●
300	6	0.901~1.12	2.81~3.55	1.10	3.49	●	●	40	3	2.81~3.55	14.1~18.0	3.49	15.95	●	●
500	10	1.13~1.40	2.81~3.55	1.23	3.07	●	●	50	4	3.56~4.50	14.1~18.0	4.02	15.36	●	●
50	0	0.090~0.112	3.56~4.50	0.10	4.50	●	×	60	6	4.51~5.60	14.1~18.0	5.61	16.89	×	●
100	1	0.356~0.450	3.56~4.50	0.35	3.83	×	●	100	10	5.61~7.10	14.1~18.0	6.29	14.99	●	●
120	2	0.561~0.710	3.56~4.50	0.68	4.37	●	●	10	0	0.451~0.560	18.1~22.4	0.51	20.57	●	●
150	3	0.711~0.900	3.56~4.50	0.91	4.40	×	●	20	1	1.81~2.24	18.1~22.4	1.81	18.10	×	×
200	4	0.901~1.12	3.56~4.50	0.99	3.96	●	●	25	2	2.81~3.55	18.1~22.4	3.35	19.91	●	●
250	6	1.13~1.40	3.56~4.50	1.32	4.18	●	●	30	3	3.56~4.50	18.1~22.4	4.69	20.93	×	●
400	10	1.41~1.80	3.56~4.50	1.55	3.83	●	●	40	4	4.51~5.60	18.1~22.4	5.06	19.00	●	●
40	0	0.113~0.140	4.51~5.60	0.13	5.59	●	●	50	6	5.61~7.10	18.1~22.4	6.76	20.11	●	●
80	1	0.451~0.560	4.51~5.60	0.44	4.78	×	●	70	10	7.11~9.01	18.1~22.4	9.07	21.15	×	●
100	2	0.711~0.900	4.51~5.60	0.82	5.24	●	●	7	0	0.561~0.710	22.5~28.0	0.73	28.03	×	×
120	3	0.901~1.12	4.51~5.60	1.14	5.48	×	●	15	1	2.25~2.80	22.5~28.0	2.42	23.56	●	●
150	4	1.13~1.40	4.51~5.60	1.32	5.26	●	●	20	2	3.56~4.50	22.5~28.0	4.22	24.48	●	●
200	6	1.41~1.80	4.51~5.60	1.65	5.21	●	●	25	3	4.51~5.60	22.5~28.0	5.66	24.80	×	●
300	10	1.81~2.24	4.51~5.60	2.07	5.09	●	●	30	4	5.61~7.10	22.5~28.0	6.81	24.90	●	●
30	0	0.141~0.180	5.61~7.00	0.17	7.39	●	×	40	6	7.11~9.01	22.5~28.0	8.51	24.85	●	●
60	1	0.561~0.710	5.61~7.00	0.60	6.33	●	●	50	10	9.01~11.2	22.5~28.0	12.86	29.13	×	×
80	2	0.901~1.12	5.61~7.00	1.03	6.52	●	●	5	0	0.711~0.900	28.1~35.5	1.02	36.90	×	×
100	3	1.13~1.40	5.61~7.00	1.38	6.56	●	●	10	1	2.81~3.55	28.1~35.5	3.68	33.68	×	●
120	4	1.41~1.80	5.61~7.00	1.65	6.55	●	●	15	2	4.51~5.60	28.1~35.5	5.68	31.73	×	●
150	6	1.81~2.24	5.61~7.00	2.21	6.92	●	●	20	3	5.61~7.10	28.1~35.5	7.14	30.42	×	●
250	10	2.25~2.80	5.61~7.00	2.49	6.10	●	●	25	4	7.11~9.01	28.1~35.5	8.23	29.47	●	●
								30	6	9.01~11.2	28.1~35.5	11.50	32.47	×	●