選別型抜取検査

1. 選別型抜取検査（JISZ9015）の平均検査量がわかる
2. 平均出検品質 AOQ と抜取個数の関係がわかる(二項分布)
3. 平均出検品質 AOQ と抜取個数の関係がわかる(ポアソン分布)

選別型抜取検査（JISZ9015）の平均検査量がわかる

【1】平均検査量を導出

(1) 平均検査量を定義

選別型抜取検査では、抜取回数が変わるため、平均検査量を評価する必要があります。

平均検査量 I=(抜取個数)×(ロットの合格率)+ (全体個数)×(ロットの不合格率) で定義します。

n=(抜取個数)（n<N)、L(p)= (ロットの合格率)、N=(全体個数)、1-L(p)= (ロットの不合格率)
とすると、

$I= nL(p) + N(1-L(p))$

となります。

また、

$I=n-n+ nL(p) + N(1-L(p))$

と変形すると、

$I=n-n(1-L(p))+N(1-L(p))$

$I=n+(N-n)(1-L(p))$

と変形ができます。よく教科書に出る式ですね。

(2) 規準型抜取検査で平均検査量を導出

なお、規準型抜取検査で平均検査量を導出してみます。

平均検査量 I=(抜取個数)×(ロットの合格率)+ (全体個数)×(ロットの不合格率)

$I=nL(p) + n(1-L(p))=n$

となります。

規準型抜取検査は全数個数抜き取らないので、個数は抜取数 n とします。

規準型抜取検査は n 個検査しますので、I=n になるのは当然です。

(3) 選別抜取検査の平均検査量は規準型抜取検査の検査量より多い

選別抜取検査のメリットは、規準型抜取検査より検査量が多いことです。

平均検査量 I については、関連記事で解説しています。

【QC プラネッツ 2 回抜取検査プレミアム勉強プリント】 https://qcplanets.com/wp-content/uploads/2025/12/qc_planets_w-sampling-test_text_LkgFF4dmh.pdf 「2 回抜取検査の第 1 サンプルの合格判定数 ac が導出できる」

平均検査量 I を比較すると

●選別型抜取検査 $I_1= n+(N-n)(1-L(p))$

●規準型抜取検査 $I_2= n$

より

$I_1- I_2=(N-n)(1-L(p)) > 0$

より、

選別抜取検査の平均検査量は規準型抜取検査の検査量より多くなります。

平均検査量 I が規準型抜取検査より多くなるデメリットがある分、
途中で全数検査に切り替えることによる検査後にすり抜ける不良率を低減するメリットがあります。

どんな手法も必ず、一長一短があるので、手法どうしを比較しながら理解していきましょう。

【2】平均検査量の最小値(二項分布)を導出

(1) 平均検査量 I を最小にする不良率 p

平均検査量 I を最小にする不良率 p を考えます。

$\frac{dI}{dp}$
$= \frac{d}{dp}(nL(p) + N(1 - L(p)))$
$=$ (n-N) $\frac{d}{dp}L(p)$
$=$ (*)

L(p) $= \sum_{r=0}^{c} {}_nC_r p^r (1-p)^{n-r}$を代入します。
(*) = (n-N)
$\sum_{r=0}^{c} {}_nC_r (rp^{r-1}(1-p)^{n-r} + p^r(n-r)(-1)(1-p)^{n-r-1})$
= (n-N) $\sum_{r=0}^{c} {}_nC_r p^{r-1}(1-p)^{n-r-1}(r - pn)$

$\frac{dI}{dp} = 0$の条件は、r-pn=0 つまり、p=r/n のときです。

よって、p=r/n の場合が、平均検査量 I が最小になります。

(2) 平均検査量 I が最小になる意味

p=r/n のとき、$\frac{dI}{dp} = 0$となり、平均検査量 I は最小になります。

これはどういう意味か？を考えます。r は変数で 0 から合格判定個数 ac2 まで変わる整数値です。
0 < r < ac2
サンプル数 n と合格判定個数 ac2 との比が不良率 p になるように調整すると、
平均検査量をおさえることができるとわかります。

ac2=4 個,n=100 個とすると、p =r/n < ac2/n=4/100=4%
くらいで見ておくと、平均検査量 I を小さくできます。

【3】平均検査量の最小値(ポアソン分布)を導出

(1) 平均検査量 I を最小にする不良率 p

平均検査量 I を最小にする不良率 p を考えます。

$\frac{dI}{dp}$
$= \frac{d}{dp}(nL(p) + N(1 - L(p)))$
$=$ (n-N) $\frac{d}{dp}L(p)$
$=$ (*)

L(p) $= \sum_{r=0}^{c} e^{(-np)} \frac{(np)^r}{r!}$ を代入します。
(*) = (n-N) $\sum_{r=0}^{c} ((-n)e^{-(np)} \frac{(np)^r}{r!}$
$+ e^{-(np)} \frac{rn^r p^{r-1}}{r!})$
= (n-N) $\sum_{r=0}^{c} e^{-(np)} \frac{n^r p^{r-1}}{r!}(r - pn)$

$\frac{dI}{dp} = 0$の条件は、r-pn=0 つまり、p=r/n のときです。

よって、p=r/n の場合が、平均検査量 I が最小になります。
二項分布の場合と同じ結果になりました。

(2) 平均検査量 I が最小になる意味
二項分布の場合と同じですが、再掲します。

p=r/n のとき、$\frac{dI}{dp}=0$となり、平均検査量 I は最小になります。

これはどういう意味か？を考えます。r は変数で 0 から合格判定個数 ac2 まで変わる整数値です。
$0 < r < ac2$
サンプル数 n と合格判定個数 ac2 との比が不良率 p になるように調整すると、
平均検査量をおさえることができるとわかります。

ac2=4 個,n=100 個とすると、p =r/n < ac2/n=4/100=4%
くらいで見ておくと、平均検査量 I を小さくできます。

以上、選別型抜取検査（JISZ9015）の平均検査量について解説しました。

選別型抜取検査（JISZ9015）の平均出検品質 AOQ と抜取個数の関係がわかる(二項分布)

【1】平均出検品質 AOQ を定義

AOQ とは、「検査後の不良率」で、
選別型抜取検査の場合：AOQ=pL(p)　　(p:不良率、L(p):ロットの不良率)
で表現できます

【関連記事】選別型抜取検査（JISZ9015）の平均出検品質 AOQ がわかる
https://qcplanets.com/method/sampling-inspection/aoq/

AOQ=pL(p)と簡単な式であるが、
$L(p)=\sum_{r=0}^{c} {}_nC_r p^r (1-p)^{n-r}$ (二項分布)
$L(p)=\sum_{r=0}^{c} e^{(-np)} \frac{(np)^r}{r!}$ (ポアソン分布)
と複雑な式が入る点に注意が必要です。

【2】平均出検品限界質 AOQL を導出

不良率 p を横軸、AOQ を y 軸にプロットすると、最大値があります。
これを平均出検品限界質 AOQL といいます。

(1) 平均出検品限界質 AOQL を導出

$\frac{d}{dp}pL(p)=0$が、AOQL を求める条件です。

① L(p)が二項分布の場合

$$\frac{d}{dp}pL(p)=0$$
$$\sum_{r=0}^{c} {}_nC_r p^r (1-p)^{n-r}$$
$$+p\sum_{r=0}^{c} {}_nC_r (rp^{r-1}(1-p)^{n-r}+(n-r)p^r(1-p)^{n-r-1})$$
$$=0$$

② L(p)がポアソン分布の場合

$$\frac{d}{dp}pL(p)=0$$
$$\sum_{r=0}^{c} \frac{e^{-np}(np)^r}{r!}$$
$$+\sum_{r=0}^{c} \frac{e^{-np}(-np+r)}{r!}(np)^r$$
$$=0$$

非常に複雑な式になります。

【3】平均出検品質 AOQ と抜取個数との関係をプロット(二項分布)

AOQLの導出は、
$$\frac{d}{dp}pL(p)=0$$
$$\sum_{r=0}^{c} {}_nC_r p^r (1-p)^{n-r}$$
$$+p\sum_{r=0}^{c} {}_nC_r (rp^{r-1}(1-p)^{n-r}+(n-r)p^r(1-p)^{n-r-1})$$
$$=0$$

を満たす、p を求めて、その p に該当する AOQL=pL(p)を求めます。ただし、式が複雑なので、抜取個数 c を c=0,1,2 の場合について 1 つずつ求めてみます。

(1) 抜取個数 c=0 の場合の AOQ と AOQL を求める

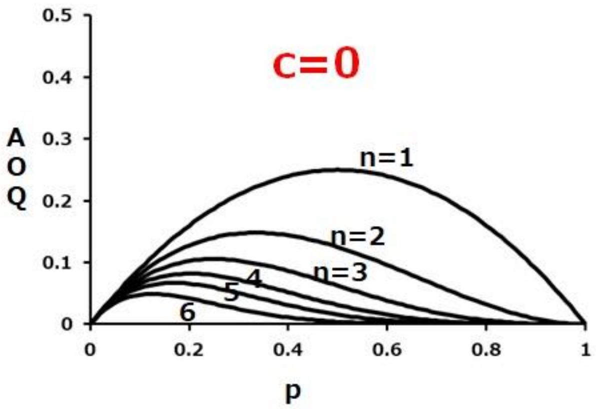
$\frac{d}{dp}pL(p)$=0
$\sum_{r=0}^{0} {}_nC_r p^r(1-p)^{n-r}$
+p$\sum_{r=0}^{0} {}_nC_r(rp^{r-1}(1-p)^{n-r}+(n-r)p^r(1-p)^{n-r-1})$
=0

$\sum_{r=0}^{0}$を外し、両辺を
${}_nC_r, p^r, (1-p)^{n-r-1}$で割ります。

p=$\frac{r+1}{n+1}=\frac{1}{n+1}$
(c=0 より r=0)
となります。

AOQ=pL(p)
=p $\sum_{r=0}^{0} {}_nC_0 p^0(1-p)^{n-0}$
=p (1-p)^n
=$\frac{1}{n+1}(\frac{n}{n+1})^n$

プロットしましょう。



(2) 抜取個数 c=1 の場合の AOQ と AOQL を求める

$\frac{d}{dp}pL(p)$=0
$\sum_{r=0}^{1} {}_nC_r p^r(1-p)^{n-r}$
+p$\sum_{r=0}^{1} {}_nC_r(rp^{r-1}(1-p)^{n-r}+(n-r)p^r(1-p)^{n-r-1})$
=0

${}_nC_0 p^0(1-p)^{n-0}+{}_nC_1 p^1(1-p)^{n-1}$
+p${}_nC_0(n-0)p^0(-1)(1-p)^{n-0-1}$
+p${}_nC_1(1p^{1-1}(1-p)^{n-1}+(n-1)p^1(-1)(1-p)^{n-1-1})$
=0

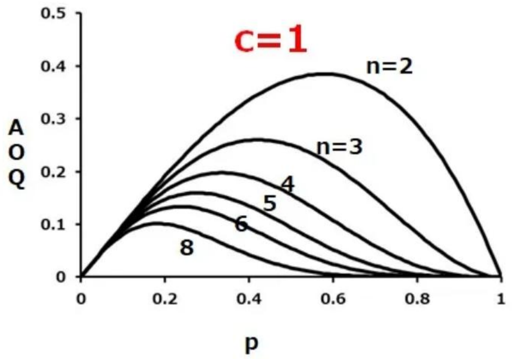
両辺を
$(1-p)^{n-2}$で割ります。

$(1-n^2)p^2+(n-2)p+1=0$

p>0に注意して
p=$\frac{(2-n)+\sqrt{5n^2-4n}}{2(1-n^2)}$

AOQ=pL(p)
に p を代入したいですが、複雑すぎるため、直接プロットしましょう。

AOQ=pL(p)
$p\sum_{r=0}^{1} {}_nC_r p^r (1-p)^{n-r}$
をグラフに描きます。



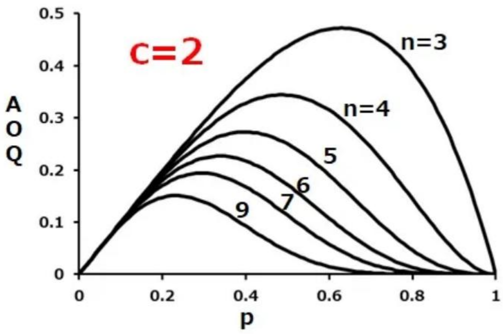
(3) 抜取個数 c=2 の場合の AOQ と AOQL を求める

$\frac{d}{dp}pL(p)$=0
$\sum_{r=0}^{2} {}_nC_r p^r (1-p)^{n-r}$
+p$\sum_{r=0}^{2} {}_nC_r (rp^{r-1}(1-p)^{n-r} + (n-r)p^r(1-p)^{n-r-1})$
=0

${}_nC_0 p^0 (1-p)^{n-0} + {}_nC_1 p^1 (1-p)^{n-1}$
$+{}_nC_2 p^2 (1-p)^{n-2}$
+p${}_nC_0 (n-0)p^0(-1)(1-p)^{n-0-1}$
+ p${}_nC_1 (1p^{1-1}(1-p)^{n-1} + (n-1)p^1(-1)(1-p)^{n-1-1})$
+ p${}_nC_2 (2p^{2-1}(1-p)^{n-2} + (n-2)p^2(-1)(1-p)^{n-2-1})$
=0

ちょっときついですね、計算しても p の 3 次式になり、方程式の解が求めることができません。

AOQ=pL(p)
$p\sum_{r=0}^{2} {}_nC_r p^r (1-p)^{n-r}$
をグラフに描きます。



抜取個数 c=0,1,2 について、AOQ を調べると
最大値があることがわかります。この値を AOQL としています。

以上、二項分布について選別型抜取検査（JISZ9015）の平均出検品質 AOQ と平均出検品限界質 AOQL を導出しました。

【1】平均出検品質 AOQ と平均出検品限界質 AOQL の復習
本冊子【選別型抜取検査（JISZ9015）の平均出検品質 AOQ と抜取個数の関係がわかる(二項分布)】で内容確認しましょう。

【2】平均出検品質 AOQ と抜取個数との関係をプロット(ポアソン分布)
AOQL の導出は、

$$\frac{d}{dp}pL(p)=0$$

$$L(p)+p\frac{d}{dp}L(p)=0$$

$$\sum_{r=0}^{c}\frac{e^{-np}(np)^r}{r!}+\sum_{r=0}^{c}\frac{e^{-np}(-np+r)}{r!}(np)^r=0$$

を満たす、p を求めて、その p に該当する AOQL=pL(p)を求めます。ただし、式が複雑なので、抜取個数 c を c=0,1,2 の場合について 1 つずつ求めてみます。
(1) 抜取個数 c=0 の場合の AOQ と AOQL を求める

$$\sum_{r=0}^{0}\frac{e^{-np}(np)^0}{0!}+\sum_{r=0}^{0}\frac{e^{-np}(-np+0)}{0!}(np)^0=0$$

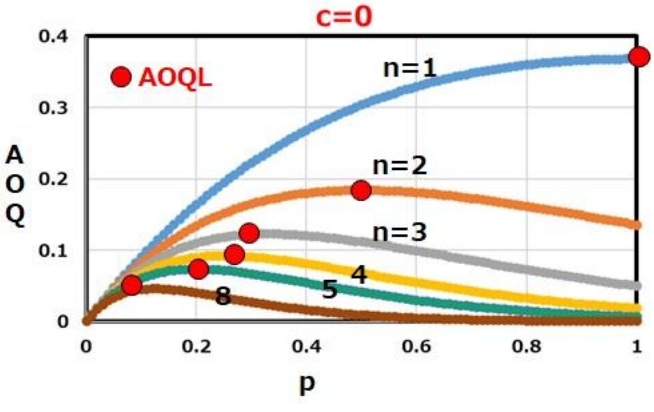
$$e^{-np}+e^{-np}(-np)=0$$

1-np=0
p=1/n
★AOQL を求めます。

$$AOQL=pL(p)=p\sum_{r=0}^{0}\frac{e^{-np}(np)^0}{0!}=\frac{1}{n}\frac{1}{e}$$

AOQ曲線を描いてAOQLをプロットしましょう。

$$AOQ=p\sum_{r=0}^{c}\frac{e^{-np}(np)^r}{r!}$$



AOQL は p=1/n のとき、L(p)=$\frac{1}{n \times e}$です。下表に数値をまとめると、確かにグラフと一致しています。

n	p(=1/n)	AOQL(=1/ne e=2.718)
1	1	0.368
2	0.5	0.183
3	0.33	0.122
4	0.25	0.092
5	0.2	0.074
8	0.125	0.046

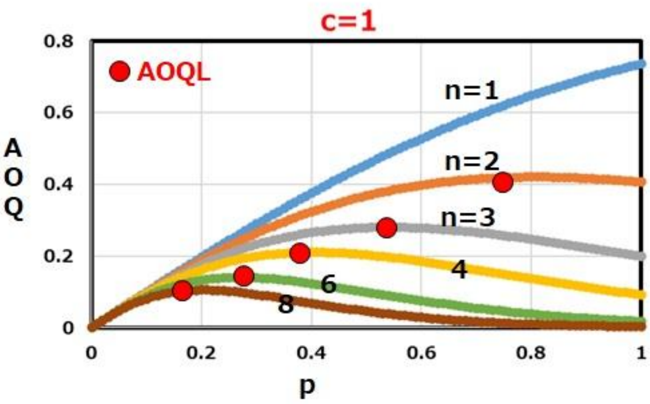
(2) 抜取個数 c=1 の場合の AOQ と AOQL を求める

$\sum_{r=0}^{1} \frac{e^{-np}(np)^r}{r!}$
+$\sum_{r=0}^{1} \frac{e^{-np}(-np+r)}{r!}(np)^r$
=0

$e^{-np}\{\frac{(np)^0}{0!}+\frac{(np)^1}{1!}$
+$\frac{(-np+0)(np)^0}{0!}+\frac{(-np+1)(np)^1}{1!}\}$
=0

$(np)^2-(np)-1$=0
p=$\frac{1+\sqrt{5}}{2n}$ (p>0)
この p の値が AOQL を満たす値です。

AOQL となる p の値が複雑なので、AOQ のグラフを描きます。
AOQ= p $\sum_{r=0}^{c} \frac{e^{-np}(np)^r}{r!}$
プロットしましょう。



(3) 抜取個数 c=2 の場合の AOQ と AOQL を求める

$\sum_{r=0}^{2} \frac{e^{-np}(np)^r}{r!}$
+$\sum_{r=0}^{2} \frac{e^{-np}(-np+r)}{r!}(np)^r$
=0

$$e^{-np}\left\{\frac{(np)^0}{0!}+\frac{(np)^1}{1!}\right.$$
$$+\frac{(np)^2}{2!}$$
$$+\frac{(-np+0)(np)^0}{0!}+\frac{(-np+1)(np)^1}{1!}$$
$$\left.\frac{(-np+2)(np)^2}{2!}\right\}$$
$$=0$$

計算すると、

$$(np)^2+(1-r)(np)-2r=0$$

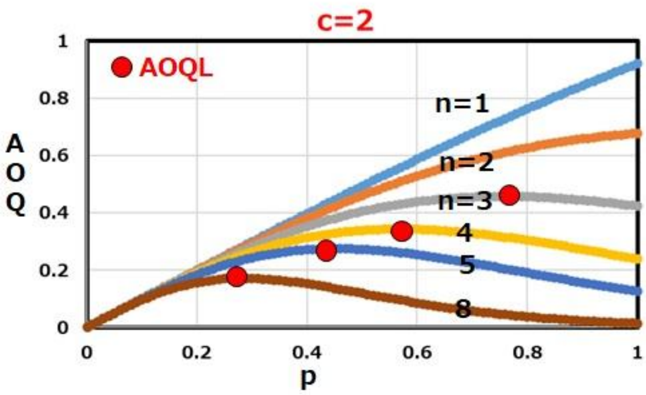
$$p=\frac{-(1-r)+\sqrt{(1-r)^2+8r}}{2n}$$

この p の値が AOQL を満たす値です。

AOQL となる p の値が複雑なので、AOQ のグラフを描きます。

$$AOQ=p\sum_{r=0}^{c}\frac{e^{-np}(np)^r}{r!}$$

プロットしましょう。



抜取個数 c=0,1,2 について、AOQ を調べると 最大値があることがわかります。この値を AOQL としています。

以上、ポアソン分布について選別型抜取検査（JISZ9015）の平均出検品質 AOQ と平均出検品限界質 AOQL を導出しました。