逐次抜取検査

1. 計数逐次抜取検査(JISZ9009)の理論がわかる(二項分布)
2. 計数逐次抜取検査の特徴がわかる
3. 計数逐次抜取検査(JISZ9009)の理論がわかる(ポアソン分布)
4. JISZ9010 計量値逐次抜取検査(σ既知)の場合がわかる
5. JISZ9010 計量値逐次抜取検査(σ既知)の事例演習
6. JISZ9010 計量値逐次抜取検査(σ未知)の場合がわかる
7. JISZ9010 計量値逐次抜取検査(σ未知)の事例演習
8. 逐次抜取検査の合格判定線を作るときの注意点

計数逐次抜取検査(JISZ9009)の理論がわかる

【1】逐次抜取検査とは何かがわかる

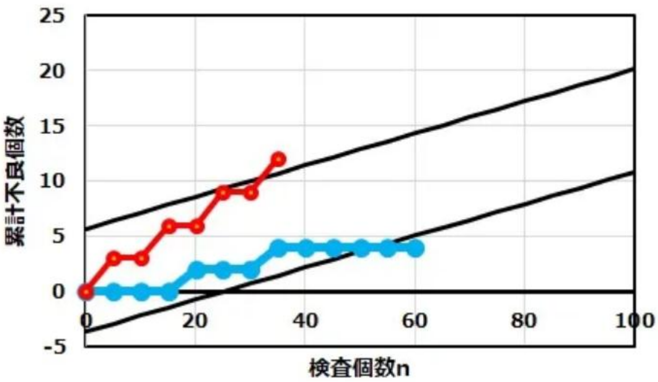
逐次(その都度)、一定の個数をサンプリングして検査しながら、その都度合否を判定する検査方法。検査回数は不定である。

●ある合格基準があり、合格基準を満たせば、検査は**合格として終了**。
●不合格基準を満たせば、検査は**不合格として終了**。
●どちらでも無く決着がつかなければ、**検査を続行**するものです。

【2】合格判定線が必要な理由がわかる

検査結果の良し悪しを見ながら、検査続行か、終了かが見やすく判断できるものがあると便利ですよね。それが合格判定線です。

合格判定線、不合格判定線を下図に描きます。



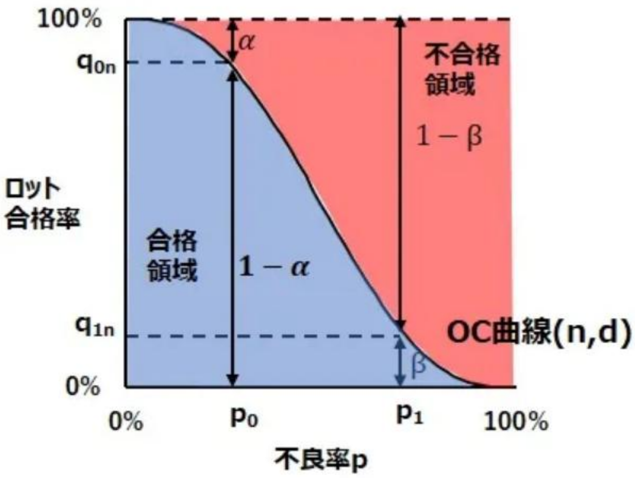
青線は、不良個数が検査で増加しても、合格判定領域に入ったため、合格と判断できます。一方、赤線は、不合格領域に入ったため、不合格と判断できます。
合格、不合格の領域線が直線であるため、検査続行、検査終了の判断がしやすいですね。
では、判定線をどのように作るのかを解説します。

【3】合格判定線の作り方がわかる

(1) OC 曲線から関係式を導出

計数値の抜取検査はすべて、OC 曲線から考えます。

OC 曲線を描きます



赤枠はロットの不合格領域で、青枠がロットの合格領域です。

生産者危険を示す不良率 p_0、消費者危険を示す不良率 p_1 とロット不良率について図から読むと
q_{0n}=1-α、1-q_{0n}=α
q_{1n}=β、1- q_{1n}=1-β
となります。

ここで、q_{0n}, q_{1n} を次のように定義します。
サンプル数 n を抜き取り、n 個の中に d 個の不良品があるとして、
●q_{0n}：不良率 p_0 であるときにロットが合格する確率
●q_{1n}：不良率 p_1 であるときにロットが合格する確率
とします。

q_{0n}, q_{1n} の式を作ります。

$$q_{0n} = {}_nC_d p_0^d (1-p_0)^{n-d}$$
$$q_{1n} = {}_nC_d p_1^d (1-p_1)^{n-d}$$

注意として、不良品数 d に限定します。通常はロットの合格率はΣの和となりますが、今回はΣを入れません(強引な感じがしますけど)

(2) 合格判定条件式を導出
①合格判定条件式

不良率 p_0, p_1 におけるロットの合格率を

$$q_{0n} = {}_nC_d p_0^d (1-p_0)^{n-d}$$
$$q_{1n} = {}_nC_d p_1^d (1-p_1)^{n-d}$$

としました。

次に合格、不合格の判定条件式を作ります。

●逐次抜取検査の合格、不合格、検査続行の判定式
①合格：$\frac{q_{1n}}{q_{0n}} \leq \frac{\beta}{1-\alpha}$
②不合格：$\frac{1-\beta}{\alpha} \leq \frac{q_{1n}}{q_{0n}}$
③検査続行：$\frac{\beta}{1-\alpha} < \frac{q_{1n}}{q_{0n}} < \frac{1-\beta}{\alpha}$
(③は①と②の間のイメージです。)

OC 曲線の図(前頁)を見ながら、判定式を確認しましょう。$\frac{1-\beta}{\alpha}$と$\frac{\beta}{1-\alpha}$の意味を理解するのに、時間がかかるかもしれません。

ここで、$\frac{1-\beta}{\alpha}$と$\frac{\beta}{1-\alpha}$の大小関係を確認します。

$$\frac{1-\beta}{\alpha} - \frac{\beta}{1-\alpha}$$
$$= \frac{(1-\alpha)(1-\beta)-\alpha\beta}{\alpha(1-\alpha}$$
$$= \frac{1-(\alpha+\beta)}{\alpha(1-\alpha} > 0$$

(α=0.05, β=0.10 などと小さい値をとるので、1-(α+β) > 0)

よって、$\frac{1-\beta}{\alpha} > \frac{\beta}{1-\alpha}$

②合格判定条件式を計算

$\frac{q_{1n}}{q_{0n}}$を計算します。

$\frac{q_{1n}}{q_{0n}}=\frac{{}_nC_d p_1^d(1-p_1)^{n-d}}{{}_nC_d p_0^d(1-p_0)^{n-d}}$

$=\frac{p_1^d(1-p_1)^{n-d}}{p_0^d(1-p_0)^{n-d}}$

指数が多いので、$\log_{10}$を取ります。微分しないので、対数は e より 10 を選択します。

$log\frac{q_{1n}}{q_{0n}}$=d$log\frac{p_1}{p_0}$+(n-d) $log\frac{1-p_1}{1-p_0}$

合格判定式について式を変形します。

①合格：d$log\frac{p_1}{p_0}$+(n-d) $log\frac{1-p_1}{1-p_0}$ ≤ $log\frac{\beta}{1-\alpha}$

②不合格：$log\frac{1-\beta}{\alpha}$ ≤ d$log\frac{p_1}{p_0}$+(n-d) $log\frac{1-p_1}{1-p_0}$

③検査続行：$log\frac{\beta}{1-\alpha}$ < d$log\frac{p_1}{p_0}$+(n-d) $log\frac{1-p_1}{1-p_0}$ < $log\frac{1-\beta}{\alpha}$

大変な式に見えますが、大丈夫です。ここで 以下のように変数を定義して整理します。

$a=log\frac{1-\beta}{\alpha}$

$-b=log\frac{\beta}{1-\alpha}$

$g_1=log\frac{p_1}{p_0}$

$-g_2=log\frac{1-p_1}{1-p_0}$

合格判定式について式を変形します。

①合格：dg_1-(n-d)g_2 ≤ -b

②不合格：a ≤ dg_1-(n-d)g_2

③検査続行：-b < dg_1-(n-d)g_2 < a

合格判定式についてさらに、式を変形します。

①合格：d ≤ $\frac{-b}{g_1+g_2}+\frac{g_2}{g_1+g_2}n$

②不合格：$\frac{a}{g_1+g_2}+\frac{g_2}{g_1+g_2}n$ ≤ d

③検査続行：$\frac{-b}{g_1+g_2}+\frac{g_2}{g_1+g_2}n$ < d < $\frac{a}{g_1+g_2}+\frac{g_2}{g_1+g_2}n$

さらに、変数を置き換えて見やすく整理します。

$h_1=\frac{b}{g_1+g_2}$

$h_2=\frac{a}{g_1+g_2}$

s=$\frac{g_2}{g_1+g_2}$

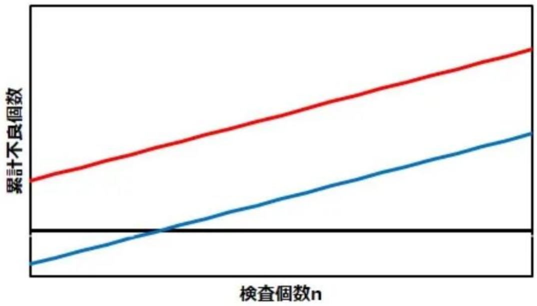
合格判定式をまとめます。

①合格：d ≤ -h_1+sn

②不合格：h_2+sn ≤ d

③検査続行：-h_1+sn < d < h_2+sn

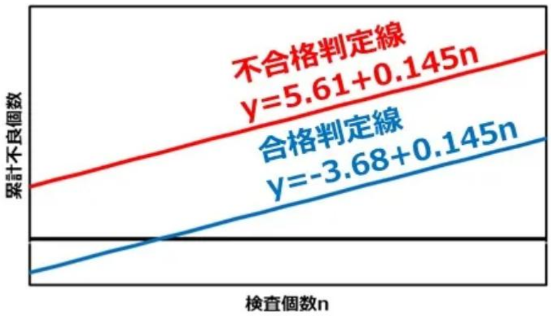
直線の領域を表現する式に整理することができました。



(3) 合格判定線を作成
かなりの変数を置き換えたので一旦整理します。

a=$log\frac{1-\beta}{\alpha}$	$h_1=\frac{b}{g_1+g_2}$	合格判定線
-b=$log\frac{\beta}{1-\alpha}$	$h_2=\frac{a}{g_1+g_2}$	y=-h_1+sn
$g_1=log\frac{p_1}{p_0}$	s=$\frac{g_2}{g_1+g_2}$	不合格判定線
$g_2=log\frac{1-p_1}{1-p_0}$	-	y=h_2+sn

①具体事例
α=0.01, β=0.05,p0=0.1,p1=0.2 の場合の判定線を計算します。
上の表を使って計算すると、
a=1.97,b=1.29,g1=0.30,g2=0.05,h1=3.68,h2=5.61,s=0.145
が導出できます。
結果が下図の通りとなります。



【4】平均検査個数の計算方法はあるが、導出方法がわからない
(1) JIS で規定されている導出方法(でも導出方法がわからない)

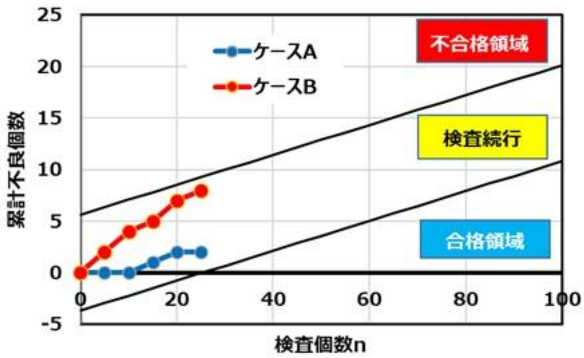
> 不良率 p0,p1 における平均検査個数は、
> $$\bar{n_{p0}}=\frac{(1-\alpha)h_0-\alpha h_1}{s-p_0}$$
> $$\bar{n_{p1}}=\frac{(1-\beta)h_1-\beta h_0}{p_1-s}$$
> で与えられる

なぜこの式で導出できるか？はわかりません。
導出方法が書いていないことと、私も式から見て導出方法を考えたのですが、見当もつきません。もしわかっている方がいれば教えてください。

以上、計数逐次抜取検査(JISZ9009)で二項分布の合格判断基準について、解説しました。

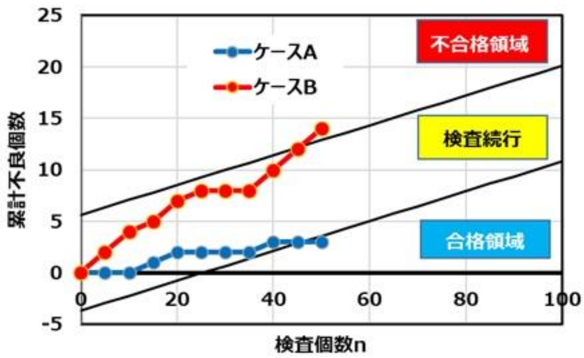
計数逐次抜取検査の特徴がわかる

【1】合格判定と検査実行の関係がわかる
検査終了（合格、不合格）か検査続行かを、合格判定線を見て判断します。
2 つのロットを検査します。
① 1 回目の抜取検査でサンプル数 n=25 を取り、不良品・良品を検査したら下図のような結果になりました。



ケース A も B も検査続行にいるため、抜取検査を続行します。

②2 回目の抜取検査でさらに、サンプル数 n=25 を取り、不良品・良品を検査したら下図のような結果になりました。



ケース A は合格領域に入り、ケース B は不合格領域に入りました。 ここで検査を終了し、ケース A は合格、ケース B は不合格と判断します。

合格判定線を作ると検査終了・続行の判断しやすくなります。

【2】合格判定条件式から JISZ9009 付表の値が求められる

JIS の付表や式は、自力で導出できます。自力で解ければ式の意味や理論が理解できます。

JISZ9009 付表 1-A 「生産者危険 α =0.05 及び消費者危険 β =0.10 に対する逐次抜取方式のパラメータ(不適合品率検査、主抜取表)」は自力で導出できます。
本冊子の【計数逐次抜取検査(JISZ9009)の理論がわかる(二項分布)】から導出式をもってきます。

a=$log\frac{1-\beta}{\alpha}$	$h_1=\frac{b}{g_1+g_2}$	合格判定線
-b=$log\frac{\beta}{1-\alpha}$	$h_2=\frac{a}{g_1+g_2}$	y=-h_1+sn
$g_1=log\frac{p_1}{p_0}$	s=$\frac{g_2}{g_1+g_2}$	不合格判定線
$g_2=log\frac{1-p_1}{1-p_0}$	–	y=h_2+sn

この表から、h1,h2,s についての式を作ります。

$$h1=\frac{b}{g_1+g_2}=\frac{-log_{10}\frac{\beta}{1-\alpha}}{log_{10}\frac{p_1}{p_0}-log_{10}\frac{1-p_1}{1-p_0}}$$

$$h2=\frac{a}{g_1+g_2}=\frac{-log_{10}\frac{1-\beta}{\alpha}}{log_{10}\frac{p_1}{p_0}-log_{10}\frac{1-p_1}{1-p_0}}$$

$$s=\frac{g_2}{g_1+g_2}=\frac{-log_{10}\frac{1-p_1}{1-p_0}}{log_{10}\frac{p_1}{p_0}-log_{10}\frac{1-p_1}{1-p_0}}$$

JISZ9009 付表 1-A 「生産者危険 α =0.05 及び消費者危険 β =0.10 に対する逐次抜取方式のパラメータ(不適合品率検査、主抜取表)」上の式を代入すれば求まります。付表の値をいくつか求めてみます。

p0/p1	–	0.008	0.01	0.0125	...
0.001	h1	1.079	0.974	0.887	...
	h2	1.385	1.25	1.139	...
	s	0.003	0.004	0.005	...
0.00125	h1	1.208	1.078	0.973	...
	h2	1.551	1.384	1.249	...
	s	0.004	0.004	0.005	...
0.0016	h1	1.393	1.223	1.089	...
	h2	1.789	1.57	1.399	...
	s	0.004	0.005	0.005	...
...	...	...	...	...	...

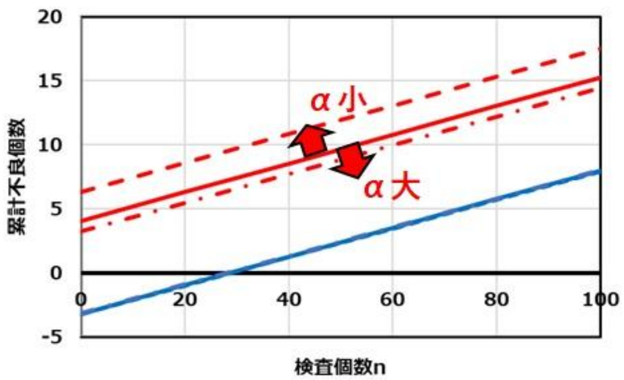
JISZ9009　付表 1-A と比較しましょう。値はぴったり一致します。

【3】合格判定線と不良率・ロット合格率の関係がわかる
計数逐次抜取検査には、変数 α 、β 、p0、p1 があります。
これらの値を変えると合格判定線はどのように変化するか、グラフを描いて確認しましょう。
関係式を見て、合格判定線、不合格判定線の傾きと y 切片の変化を考えてもＯＫですし、グラフ描いて確認するのもＯＫです。

a=$log\frac{1-\beta}{\alpha}$	$h_1=\frac{b}{g_1+g_2}$	合格判定線
-b=$log\frac{\beta}{1-\alpha}$	$h_2=\frac{a}{g_1+g_2}$	y=-h_1+sn
$g_1=log\frac{p_1}{p_0}$	s=$\frac{g_2}{g_1+g_2}$	不合格判定線
$g_2=log\frac{1-p_1}{1-p_0}$	–	y=h_2+sn

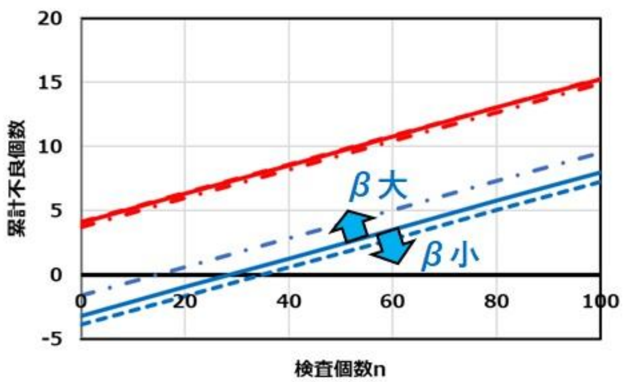
不合格判定線と合格判定線の間の領域を「検査続行領域」としましょう。
それぞれの変数を変化させた場合の結果を見ていきます。

(1) 第 1 種の誤り α を変化させた場合
α を小さくすると、不合格判定線が上がり、検査続行領域が広がる。
また、α を大きくすると、不合格判定線が下がり、検査続行領域が狭くなる。
一方、合格判定線は動かない。



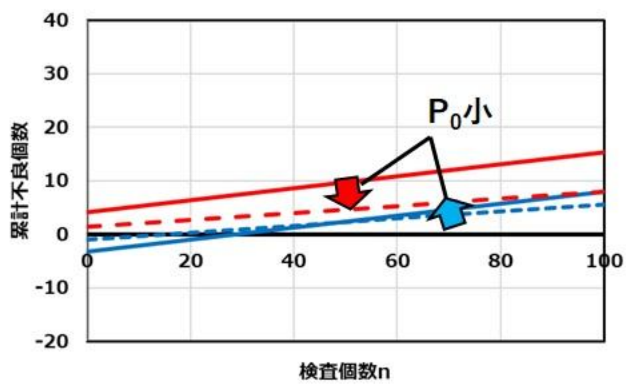
α=0.01,0.05,0.9、 β=0.1、p0=0.08、p1=0.15 で計算

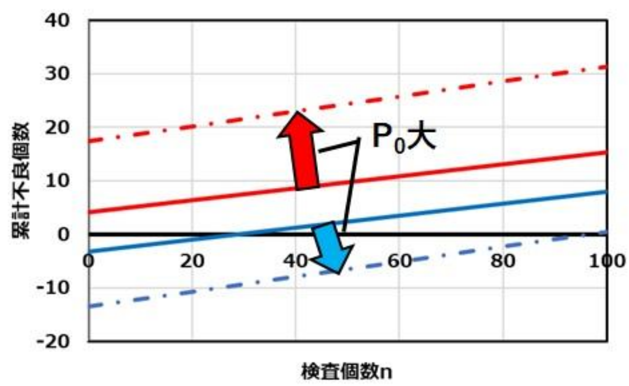
(2) 第 2 種の誤り β を変化させた場合
β を小さくすると、合格判定線が下がり、検査続行領域が広がる。
また、 β を大きくすると、合格判定線が上がり、検査続行領域が狭くなる。
一方、不合格判定線は動かない。



α=0.05、 β=0.06,0.1,0.3、p0=0.08、p1=0.15 で計算

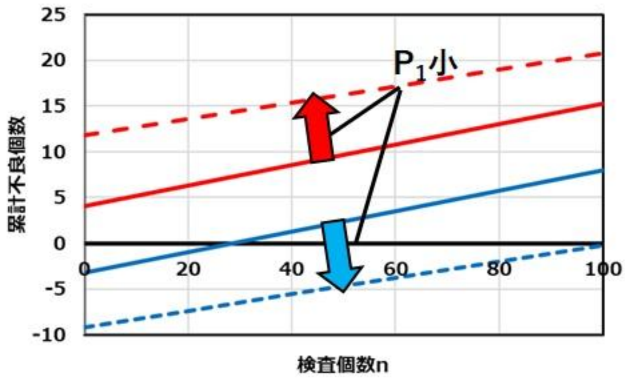
(3) 不良率 p0 を変化させた場合
p0 を小さくすると、検査続行領域が狭くなり、大きくすると、検査続行領域は広くなる。
判定線の傾きは変化しない。

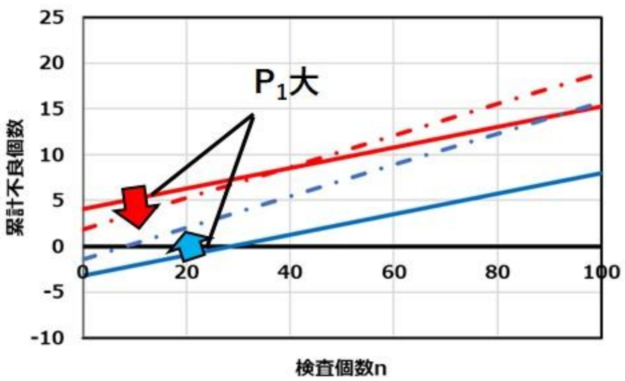




α=0.05、 β=0.1、p0=0.02,0.08,0.13、p1=0.15 で計算

(4) 不良率 p1 を変化させた場合
p1 を小さくすると、検査続行領域が広くなり、
大きくすると、検査続行領域は狭くなる。
判定線の傾きは変化する。





α=0.05、 β=0.1、p0=0.08、p1=0.1,0.15,0.3 で計算

以上、判定線の特徴を変数を変えながら解説しました。

以上、JISZ9004 計量抜取検査(標準偏差未知)で上限合格判定値が既知の抜取方式について、解説しました。

計数逐次抜取検査(JISZ9009)の理論がわかる(ポアソン分布)

【1】逐次抜取検査とは何かがわかる
本冊子【計数逐次抜取検査(JISZ9009)の理論がわかる(二項分布)】にまとめています。QC プラネッツでは、計数抜取検査は二項分布とポアソン分布の両方を解説します。ポアソン分布に慣れましょう。

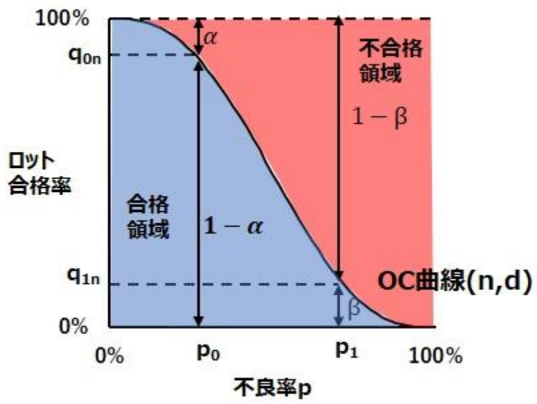
【2】合格判定線が必要な理由がわかる</h2>
【1】と同様に本冊子【計数逐次抜取検査(JISZ9009)の理論がわかる(二項分布)】にまとめています。QC プラネッツでは、計数抜取検査は二項分布とポアソン分布の両方を解説します。ポアソン分布に慣れましょう。

【3】合格判定線の作り方がわかる
逐次抜取検査の理論を詳細に解説した良書などが、ほとんどないため、QC プラネッツでしっかり解説します。ポアソン分布についての逐次抜取検査の理論もほとんど書いていないため、QC プラネッツでしっかり解説します。

(1) OC 曲線から関係式を導出

計数値の抜取検査はすべて、OC 曲線から考えます。

OC 曲線を描きます



赤枠はロットの不合格領域で、青枠がロットの合格領域です。
生産者危険を示す不良率 p₀、消費者危険を示す不良率 p₁とロット不良率について図から読むと
$q_{0n}=1-\alpha$、$1-q_{0n}=\alpha$
$q_{1n}=\beta$、$1-q_{1n}=1-\beta$
となります。

ここで、q_{0n}, q_{1n} を次のように定義します。
サンプル数 n を抜き取り、n 個の中に d 個の不良品があるとして、
q_{0n}：不良率 p_0 であるときにロットが合格する確率
q_{1n}：不良率 p_1 であるときにロットが合格する確率
とします。

q_{0n} と q_{1n} の式を作ります。

●二項分布では、
$$q_{0n}={}_nC_d p_0^d(1-p_0)^{n-d}$$
$$q_{1n}={}_nC_d p_1^d(1-p_1)^{n-d}$$

●ポアソン分布では、
$$q_{0n}=e^{-np_0}\frac{(np_0)^d}{d!}$$
$$q_{1n}=e^{-np_1}\frac{(np_1)^d}{d!}$$

注意として、不良品数 d に限定します。通常はロットの合格率はΣの和となりますが、今回はΣを入れません(強引な感じがしますけど)

ポアソン分布の OC 曲線の描き方について、関連記事で詳しく解説しています。エクセルで自動で曲線が描けるプログラムも紹介しています。

【関連記事】究める！抜取検査
https://qcplanets.com/method/sampling-inspection/all/

(2) 合格判定条件式を導出

(A)合格判定条件式

不良率 p_0, p_1 におけるロットの合格率を

$$q_{0n}=e^{-np_0}\frac{(np_0)^d}{d!}$$

$$q_{1n}=e^{-np_1}\frac{(np_1)^d}{d!}$$

としました。次に合格、不合格の判定条件式を作ります。

●逐次抜取検査の合格、不合格、検査続行の判定式

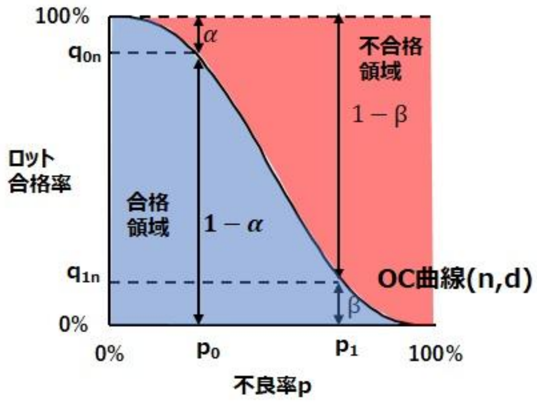
①合格：$\frac{q_{1n}}{q_{0n}} \leq \frac{\beta}{1-\alpha}$

②不合格：$\frac{1-\beta}{\alpha} \leq \frac{q_{1n}}{q_{0n}}$

③検査続行：$\frac{\beta}{1-\alpha} < \frac{q_{1n}}{q_{0n}} < \frac{1-\beta}{\alpha}$

(③は①と②の間のイメージです。)

OC 曲線の図を見ながら、判定式を確認しましょう。



ここで、$\frac{1-\beta}{\alpha}$と$\frac{\beta}{1-\alpha}$の大小関係を確認します。

$$\frac{1-\beta}{\alpha}-\frac{\beta}{1-\alpha}$$
$$=\frac{(1-\alpha)(1-\beta)-\alpha\beta}{\alpha(1-\alpha}$$
$$=\frac{1-(\alpha+\beta)}{\alpha(1-\alpha}>0$$

(α=0.05, β=0.10 などと小さい値をとるので、$1-(\alpha+\beta)>0$)

よって、$\frac{1-\beta}{\alpha}>\frac{\beta}{1-\alpha}$

(B)合格判定条件式を計算

$\frac{q_{1n}}{q_{0n}}$を計算します。

$$\frac{q_{1n}}{q_{0n}}=\frac{e^{-np_1}\frac{(np_1)^d}{d!}}{e^{-np_0}\frac{(np_0)^d}{d!}}$$
$$=e^{-n(p_1-p_0)}\left(\frac{p_1}{p_0}\right)^d$$

指数が多いので、$\log_e$ を取ります。ポアソン分布の式には自然対数 e があるので、対数は 10 より e を選択します。

$$log\frac{q_{1n}}{q_{0n}}=-n(p_1-p_0)+d(logp_1-logp_0)$$

合格判定式について式を変形します。

①合格：$-n(p_1-p_0)+d(logp_1-logp_0) \le log\frac{\beta}{1-\alpha}$

②不合格：$log\frac{1-\beta}{\alpha} \le -n(p_1-p_0)+d(logp_1-logp_0)$

③検査続行：$log\frac{\beta}{1-\alpha} < -n(p_1-p_0)+d(logp_1-logp_0) < log\frac{1-\beta}{\alpha}$

大変な式に見えますが、大丈夫です。ここで 以下のように変数を定義して整理します。

$a=log\frac{1-\beta}{\alpha}$

$-b=log\frac{\beta}{1-\alpha}$

$g_1=p_1-p_0$

$-g_2=logp_1-logp_0$

合格判定式について式を変形します。

①合格：$-ng_1+dg_2 \le -b$

②不合格：$a \le -ng_1+dg_2$

③検査続行：$-b < -ng_1+dg_2 < a$

合格判定式についてさらに、式を変形します。

①合格：$d \le n\frac{g_1}{g_2}-\frac{b}{g_2}$

②不合格：$n\frac{g_1}{g_2}+\frac{a}{g_2} \le d$

③検査続行：$n\frac{g_1}{g_2}-\frac{b}{g_2} < d < n\frac{g_1}{g_2}+\frac{a}{g_2}$

さらに、変数を置き換えて見やすく整理します。

$h_1=\frac{b}{g_2}$

$h_2=\frac{a}{g_2}$

$s=\frac{g_1}{g_2}$

合格判定式をまとめます。

①合格：d ≤ -h_1+sn

②不合格：h_2+sn ≤ d

③検査続行：-h_1+sn < d & h_2+sn

直線の領域を表現する式に整理することができました。

(C)合格判定線を作成

かなりの変数を置き換えたので一旦整理します。

a=$log\frac{1-\beta}{\alpha}$	$h_1=\frac{b}{g_2}$	合格判定線
-b=$log\frac{\beta}{1-\alpha}$	$h_2=\frac{a}{g_2}$	y=-h_1+sn
$g_1=p_1-p_0$	s=$\frac{g_1}{g_2}$	不合格判定線
$g_2=$ $logp1-logp0$	–	y=h_2+sn

(D)具体事例

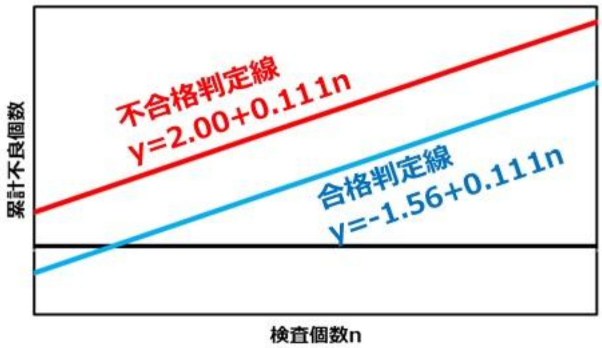
α=0.01, β=0.05,p0=0.08,p1=0.15 の場合の判定線を計算します。

上の表を使って計算すると、

a=1.26,b=0.98,g1=0.07,g2=0.063,h1=1.56,h2=2.00,s=0.111

が導出できます。

結果が下図の通りとなります。



以上、 計数逐次抜取検査(JISZ9009)でポアソン分布の合格判断基準について、解説しました。

計量値逐次抜取検査(JISZ9010)の理論がわかる(標準偏差σが既知)

この記事は、「計量抜取検査」と「逐次抜取検査」の組み合わせです。
「計量抜取検査」は関連記事にあるテキストで確認しましょう。

【関連記事】計量抜取検査がすべてわかる【まとめ】
https://qcplanets.com/method/sampling-inspection/variables/

「逐次抜取検査」は本冊子でまとめています。

【1】逐次抜取検査は合格判定線で判断
逐次抜取検査は計数値・計量値に関係なく、合格判定線で検査を評価します。

● X ≧ sn + h1 :不合格(検査終了)
● X ≦ sn-h0 :合格(検査終了)
● sn-h0 < X < sn+h1 :検査続行

上の 3 つの不等式を作ることが本記事の目標となります。

【2】合格判定線の導出方法がわかる
(1) 確率を定義
計量値は、ある正規分布に従っていると仮定します。
確率変数 x は、母平均μは未知、母標準偏差σは既知とする正規分布に従っており、その確率密度関数を定義します。

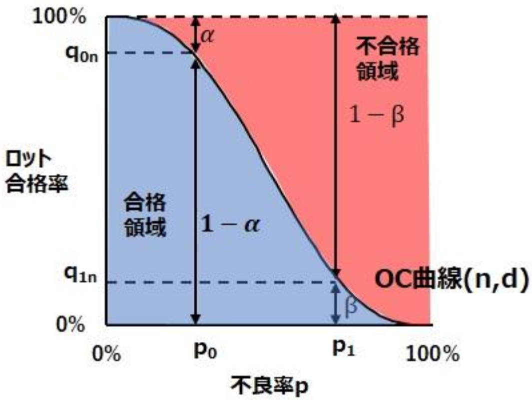
$$f(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}exp(-\frac{1}{2}(\frac{x-\mu}{\sigma})^2)$$

次に、ロットから大きさ n 個を抜き取ったときの確率密度関数を定義します。
●母平均値がμ_0の場合
$$p_{0n}=f(x_1)f(x_2)...f(x_n)$$
$$=(\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}})^n exp(-\frac{1}{2\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu_0)^2)$$

●母平均値がμ_1の場合
$$p_{1n}=f(x_1)f(x_2)...f(x_n)$$
$$=(\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}})^n exp(-\frac{1}{2\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu_1)^2)$$

確率密度関数の積を定義して、計算するところが、無理矢理な感じがしますが、合格判定線を導出に必要なためです。

(2) 合格判定式
OC 曲線を見ながら、合否判定条件式を作ります。



①合格判定条件式

- $\frac{p_{1n}}{p_{0n}} \geq \frac{1-\beta}{\alpha}$ ：不合格
- $\frac{p_{1n}}{p_{0n}} \leq \frac{\beta}{1-\alpha}$ ：合格
- $\frac{\beta}{1-\alpha} < \frac{p_{1n}}{p_{0n}} < \frac{1-\beta}{\alpha}$ ：検査続行

ここで、

$$\frac{p_{1n}}{p_{0n}} = \frac{(\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}})^n exp(-\frac{1}{2\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu_1)^2)}{(\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}})^n exp(-\frac{1}{2\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu_0)^2)}$$

変形すると、

$$\frac{p_{1n}}{p_{0n}} = exp(-\frac{1}{2\sigma^2}(\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu_1)^2 - \sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu_0)^2))$$

log(底は e(自然対数))を取ります。

$$log\frac{p_{1n}}{p_{0n}} = \frac{\mu_1-\mu_0}{\sigma^2}(\sum_{i=1}^{n} x_i - \frac{\mu_1+\mu_0}{2}n)$$

先の、判定条件式も log をとって整理します。

②合格判定条件式

- $log\frac{p_{1n}}{p_{0n}} \geq log\frac{1-\beta}{\alpha}$ ：不合格
- $log\frac{p_{1n}}{p_{0n}} \leq log\frac{\beta}{1-\alpha}$ ：合格
- $log\frac{\beta}{1-\alpha} < log\frac{p_{1n}}{p_{0n}} < log\frac{1-\beta}{\alpha}$ ：検査続行

【3】上限規格値が与えられている場合の合格判定線の導出方法がわかる

(1) 合格判定条件式

- $log\frac{p_{1n}}{p_{0n}} \geq log\frac{1-\beta}{\alpha}$ ：不合格
- $log\frac{p_{1n}}{p_{0n}} \leq log\frac{\beta}{1-\alpha}$ ：合格
- $log\frac{\beta}{1-\alpha} < log\frac{p_{1n}}{p_{0n}} < log\frac{1-\beta}{\alpha}$ ：検査続行

$$log\frac{p_{1n}}{p_{0n}} = \frac{\mu_1-\mu_0}{\sigma^2}(\sum_{i=1}^{n} x_i - \frac{\mu_1+\mu_0}{2}n)$$

を代入します。

- $\frac{\mu_1-\mu_0}{\sigma^2}(\sum_{i=1}^{n} x_i - \frac{\mu_1+\mu_0}{2}n) \geq log\frac{1-\beta}{\alpha}$ ：不合格
- $\frac{\mu_1-\mu_0}{\sigma^2}(\sum_{i=1}^{n} x_i - \frac{\mu_1+\mu_0}{2}n) \leq log\frac{\beta}{1-\alpha}$ ：合格
- $log\frac{\beta}{1-\alpha} < \frac{\mu_1-\mu_0}{\sigma^2}(\sum_{i=1}^{n} x_i - \frac{\mu_1+\mu_0}{2}n) < log\frac{1-\beta}{\alpha}$ ：検査続行

(2) 上限規格値が与えられている場合とは

ここで、上限規格値が与えられている場合とは、

$$\mu_1 - \mu_0 > 0$$

ということです。

変数を別の変数に置き換えます。

●a=$log\frac{1-\beta}{\alpha}$
●b=$log\frac{1-\alpha}{\beta}$、-b=$log\frac{\beta}{1-\alpha}$
●X=$\sum_{i=1}^{n} x_i$
●$h_0=\frac{b\sigma^2}{\mu_1-\mu_0}$
●$h_1=\frac{a\sigma^2}{\mu_1-\mu_0}$
●s=$\frac{\mu_1+\mu_0}{2}$

合格判定式に代入します。

●X- sn ≥ h_1：不合格
●X - sn ≤ -h_0：合格
●-h_0 > X-sn > h1：検査続行

とすっきりした式でまとめることができます。

(3)まとめ
★入力変数一覧

a	=$log\frac{1-\beta}{\alpha}$	X	=$\sum_{i=1}^{n} x_i$
b	=$log\frac{1-\alpha}{\beta}$	h0	=$\frac{b\sigma^2}{\mu_1-\mu_0}$
-b	=$log\frac{\beta}{1-\alpha}$	h1	=$\frac{a\sigma^2}{\mu_1-\mu_0}$
–	–	s	=$\frac{\mu_1+\mu_0}{2}$

★合格判定式

●X- sn ≥ h_1：不合格
●X - sn ≤ -h_0：合格
●-h_0 < X-sn < h1：検査続行

【4】下限規格値が与えられている場合の合格判定線の導出方法がわかる
(1) 合格判定条件式

★ $\frac{\mu_0-\mu_1}{\sigma^2}(\sum_{i=1}^{n} x_i-\frac{\mu_1+\mu_0}{2}n)\leq -log\frac{1-\beta}{\alpha}$ ：合格
★ $\frac{\mu_0-\mu_1}{\sigma^2}(\sum_{i=1}^{n} x_i-\frac{\mu_1+\mu_0}{2}n)\leq -log\frac{\beta}{1-\alpha}$ ：不合格
★ $-log\frac{1-\beta}{\alpha} < \frac{\mu_1-\mu_0}{\sigma^2}(\sum_{i=1}^{n} x_i-\frac{\mu_1+\mu_0}{2}n) < -log\frac{\beta}{1-\alpha}$ ：検査続行

上限が与えられている場合から正負符号を入れ換える必要があります。●と★で区別しています。

(2) 下限規格値が与えられている場合とは
ここで、下限規格値が与えられている場合とは、
$\mu_1-\mu_0<0$
ということです。
下限規格値と上限規格値では、正負の符号の違いによって、合格判定式の数式が少し異なります。

変数を別の変数に置き換えます。
●a=$log\frac{1-\beta}{\alpha}$
●b=$log\frac{1-\alpha}{\beta}$、-b=$log\frac{\beta}{1-\alpha}$
●X=$\sum_{i=1}^{n} x_i$
★h_0=$\frac{b\sigma^2}{\mu_0-\mu_1}$
★h_1=$\frac{a\sigma^2}{\mu_0-\mu_1}$
●s=$\frac{\mu_1+\mu_0}{2}$
●は上限も下限も同じ式ですが、★のh_0, h_1の分母が上限規格値と正負が逆です。

合格判定式に代入します。

★X- sn ≤ -h_1：合格
★X – sn ≥ h_0：不合格
★ -h_1 › X-sn › h_0：検査続行

(3) まとめ
①入力変数一覧

a	=$log\frac{1-\beta}{\alpha}$	X	=$\sum_{i=1}^{n} x_i$
b	=$log\frac{1-\alpha}{\beta}$	h0	=$\frac{b\sigma^2}{\mu_0-\mu_1}$
-b	=$log\frac{\beta}{1-\alpha}$	h1	=$\frac{a\sigma^2}{\mu_0-\mu_1}$
–	–	s	=$\frac{\mu_1+\mu_0}{2}$

②合格判定式
★X- sn ≤ -h_1：合格
★X – sn ≥ h_0：不合格
★ -h_1 ‹ X-sn ‹ h_0：検査続行
合格判定式を使った実際の例は関連記事で解説します。

以上、計量値逐次抜取検査(JISZ9010)の理論がわかる(標準偏差σが既知)について、合格判定線の導出方法について解説しました。

本冊子【JISZ9010 計量値逐次抜取検査(σ既知)の場合がわかる】の事例演習です。

【1】逐次抜取検査は合格判定線で判断
(1) 上限規格値が与えられている場合
解説は関連記事のとおりです。結果だけ紹介します。

★まとめ
(i)入力変数一覧

a	$=log\frac{1-\beta}{\alpha}$	X	$=\sum_{i=1}^{n} x_i$
b	$=log\frac{1-\alpha}{\beta}$	h0	$=\frac{b\sigma^2}{\mu_1-\mu_0}$
-b	$=log\frac{\beta}{1-\alpha}$	h1	$=\frac{a\sigma^2}{\mu_1-\mu_0}$
–	–	s	$=\frac{\mu_1+\mu_0}{2}$

(ii)合格判定式
●X- sn ≥ h_1：不合格
●X – sn ≤ -h_0：合格
●-h_0 ‹ X-sn ‹ h1：検査続行

(2) 下限規格値が与えられている場合
解説は関連記事のとおりです。結果だけ紹介します。
★まとめ
(i)入力変数一覧

a	$=log\frac{1-\beta}{\alpha}$	X	$=\sum_{i=1}^{n} x_i$
b	$=log\frac{1-\alpha}{\beta}$	h0	$=\frac{b\sigma^2}{\mu_0-\mu_1}$
-b	$=log\frac{\beta}{1-\alpha}$	h1	$=\frac{a\sigma^2}{\mu_0-\mu_1}$
–	–	s	$=\frac{\mu_1+\mu_0}{2}$

(ii)合格判定式
★X- sn ≤ -h_1：合格
★X – sn ≥ h_0：不合格
★-h_1 ‹ X-sn ‹ h_0：検査続行

実際に値を入れて演習してみましょう。

【2】上限規格値が与えられている場合
JISZ9010 計量値逐次抜取検査(σ既知)の事例演習

問：ある部品は、上限荷重 8kg 以上にしてはいけない。標準の荷重平均は 2kg とするが、荷重の標準偏差は 6kg である。この部品を第 1 種の誤り α=0.01、第 2 種の誤り β=0.1 で逐次抜取検査を実施したい。合格判定式を作れ。

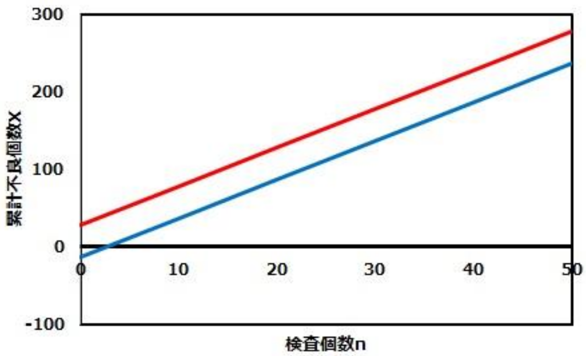
値を代入するだけですが、まとめます。

α=0.01
β=0.1
a=$log\frac{1-β}{α}$=4.50
b=$log\frac{1-α}{β}$=2.29
σ=6
μ0=2
μ1=8
h0=$\frac{bσ^2}{μ_1-μ_0}$=13.76
h1=$\frac{aσ^2}{μ_1-μ_0}$=27.00
s=$\frac{μ_1+μ_0}{2}$=5

合格判定式

★X- 5n ≤ -27.00：合格
★X – 5n ≥ 13.76：不合格
★ -27.00 ‹ X-5n ‹ 13.76：検査続行★

合格判定式をグラフに描くと下図のようになります。



【3】下限規格値が与えられている場合</h2>
JISZ9010 計量値逐次抜取検査(σ既知)の事例演習

問：ある部品は、荷重 5kg に耐える強度が必要である。荷重強度の平均は 10kg とするが、荷重の標準偏差は 6kg である。この部品を第 1 種の誤り α=0.01、第 2 種の誤り β=0.15 で逐次抜取検査を実施したい。合格判定式を作れ。

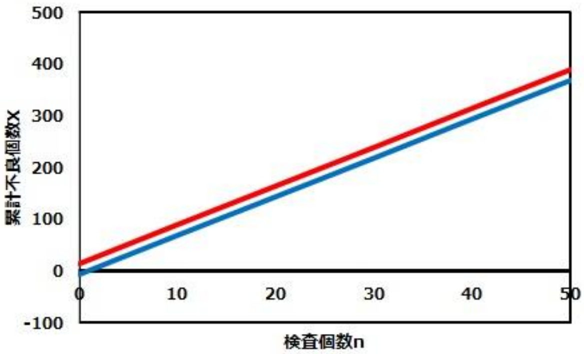
値を代入するだけですが、まとめます。

α=0.01
β=0.15
a=$log\frac{1-β}{α}$=4.44
b=$log\frac{1-α}{β}$=1.89
σ=6
μ0=10
μ1=5
h0=$\frac{bσ^2}{μ_0-μ_1}$=13.59
h1=$\frac{aσ^2}{μ_0-μ_1}$=31.99
s=$\frac{μ_1+μ_0}{2}$=7.5

合格判定式

★ X- 7.5n ≤ -31.99：合格
★ X -7.5n ≥ 13.58：不合格
★ -31.99 ‹ X-7.5n ‹ 13.58：検査続行

合格判定式をグラフに描くと下図のようになります。



以上、計量値逐次抜取検査(JISZ9010)の理論がわかる(標準偏差σが既知)について、合格判定線の導出方法について実際の値を使って詳細に解説しました。

【1】逐次抜取検査は合格判定線で判断

逐次抜取検査は計数値・計量値に関係なく、合格判定線</mark>で検査を評価します。

逐次抜取検査の合格判定線・不合格判定線を作る ● X ≥ sn + h1 :不合格(検査終了) ● X ≤ sn-h0 :合格(検査終了) ● sn-h0 < X < sn+h1 :検査続行 X と s の一次式を作られる直線で、検査結果を分けるとわかりやすい。

上の 3 つの不等式を作るとなります。

【2】合格判定線の導出方法がわかる

(1) 確率を定義

計量値は、ある正規分布に従っていると仮定します。確率変数 x は、母平均μは既知、母標準偏差σは未知とする正規分布に従っており、その確率密度関数を定義します。

$$f(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}exp(-\frac{1}{2}(\frac{x-\mu}{\sigma})^2)$$

次に、ロットから大きさ n 個を抜き取ったときの確率密度関数を定義します。

●母標準偏差がσ_0の場合

$$p_{0n}=f(x_1)f(x_2)...f(x_n)$$
$$=(\frac{1}{\sigma_0\sqrt{2\pi}})^n exp(-\frac{1}{2\sigma_0^2}\sum_{i=1}^n(x_i-\mu)^2)$$

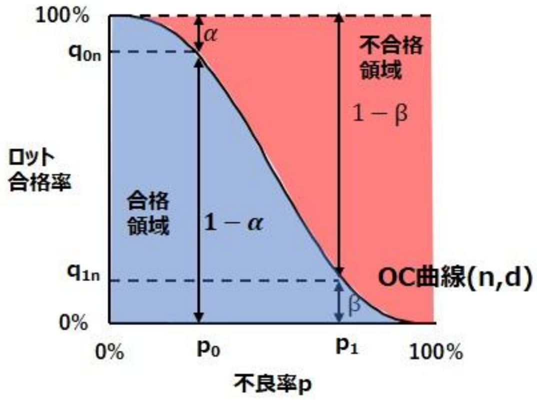
●母標準偏差がσ_1の場合

$$p_{1n}=f(x_1)f(x_2)...f(x_n)$$
$$=(\frac{1}{\sigma_1\sqrt{2\pi}})^n exp(-\frac{1}{2\sigma_1^2}\sum_{i=1}^n(x_i-\mu)^2)$$

確率密度関数の積を定義して、計算するところが、無理矢理な感じがしますが、合格判定線を導出に必要なためです。

(2) 合格判定式

OC 曲線を見ながら、合否判定条件式を作ります。



①合格判定条件式

● $\frac{p_{1n}}{p_{0n}} \geq \frac{1-\beta}{\alpha}$ ：不合格

● $\frac{p_{1n}}{p_{0n}} \leq \frac{\beta}{1-\alpha}$ ：合格

● $\frac{\beta}{1-\alpha} < \frac{p_{1n}}{p_{0n}} < \frac{1-\beta}{\alpha}$ ：検査続行

ここで、

$$\frac{p_{1n}}{p_{0n}}=\frac{(\frac{1}{\sigma_1\sqrt{2\pi}})^n exp(-\frac{1}{2\sigma_1^2}\sum_{i=1}^n(x_i-\mu)^2)}{(\frac{1}{\sigma_0\sqrt{2\pi}})^n exp(-\frac{1}{2\sigma_0^2}\sum_{i=1}^n(x_i-\mu)^2)}$$

log(底は e(自然対数))を取って変形します。

$$log\frac{p_{1n}}{p_{0n}}=log(\frac{\sigma_0}{\sigma_1})^n+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^n(\frac{x_i-\mu}{\sigma_0})^2-\frac{1}{2}\sum_{i=1}^n(\frac{x_i-\mu}{\sigma_1})^2$$

もう少し変形します。

$$log\frac{p_{1n}}{p_{0n}}=-n\,log(\frac{\sigma_1}{\sigma_0})+\frac{1}{2}(\frac{1}{\sigma_0^2}-\frac{1}{\sigma_1^2})\sum_{i=1}^n(x_i-\mu)^2$$

②合格判定条件式

- ● $log\frac{p_{1n}}{p_{0n}} \geq log\frac{1-\beta}{\alpha}$：不合格
- ● $log\frac{p_{1n}}{p_{0n}} \leq log\frac{\beta}{1-\alpha}$：合格
- ● $log\frac{\beta}{1-\alpha} < log\frac{p_{1n}}{p_{0n}} < log\frac{1-\beta}{\alpha}$：検査続行

③変数を置き換えます

- ● t=$log\frac{\sigma_1}{\sigma_0}$
- ● m=$\frac{1}{2}(\frac{1}{\sigma_0^2}-\frac{1}{\sigma_1^2})$
- ● X=$\sum_{i=1}^n(x_i-\mu)^2$
- ● a=$log\frac{1-\beta}{\alpha}$
- ● b=$log\frac{1-\alpha}{\beta}$, (-b=$log\frac{\beta}{1-\alpha}$)

変数を置き換えます。

$$log\frac{p_{1n}}{p_{0n}}=-n\,log(\frac{\sigma_1}{\sigma_0})+\frac{1}{2}(\frac{1}{\sigma_0^2}-\frac{1}{\sigma_1^2})\sum_{i=1}^n(x_i-\mu)^2$$
$$=-nt+\frac{1}{2}mX$$

④合格判定条件式

- ● $log\frac{p_{1n}}{p_{0n}} \geq log\frac{1-\beta}{\alpha}$：不合格
- ● $log\frac{p_{1n}}{p_{0n}} \leq log\frac{\beta}{1-\alpha}$：合格
- ● $log\frac{\beta}{1-\alpha} < log\frac{p_{1n}}{p_{0n}} < log\frac{1-\beta}{\alpha}$：検査続行

が

- ● $-nt+\frac{1}{2}mX \geq a$：不合格
- ● $-nt+\frac{1}{2}mX \leq -b$：合格
- ● $-b < -nt+\frac{1}{2}mX < a$：検査続行

へと変数を置き換えます。

【3】上限の標準偏差が与えられている場合の合格判定線の導出方法がわかる

$\sigma_0 < \sigma_1$の場合です。

つまり、

m= $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sigma_0^2} - \frac{1}{\sigma_1^2}\right) > 0$の場合です。

(1) 合格判定条件式

- -nt+$\frac{1}{2}mX$ ≥ a：不合格
- -nt+$\frac{1}{2}mX$ ≤ -b：合格
- -b < -nt+$\frac{1}{2}mX$ < a ：検査続行

m > 0 に注意して、合格判定条件式を X＝の式に直します。

- X ≥ $\frac{2t}{m}n$+$\frac{2a}{m}$ ：不合格
- X ≤ $\frac{2t}{m}n$-$\frac{2b}{m}$ ：合格
- $\frac{2t}{m}n$-$\frac{2b}{m}$ < X < $\frac{2t}{m}n$+$\frac{2a}{m}$ ：検査続行

さらに変数を置き換えます。

- $h_0 = \frac{2b}{m}$
- $h_1 = \frac{2a}{m}$
- s= $\frac{2t}{m}$

合格判定式は以下のようにまとめることができます。

- X ≥ sn+h_1：不合格
- X ≤ sn-h_0：合格
- sn-h_0 < X < sn+h_1 ：検査続行

【まとめ】入力変数一覧

a	$=log\frac{1-\beta}{\alpha}$	X	$=\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2$
b	$=log\frac{1-\alpha}{\beta}$	h0	$=\frac{2b}{m}$
-b	$=log\frac{\beta}{1-\alpha}$	h1	$=\frac{2a}{m}$
t	$=log\frac{\sigma_1}{\sigma_0}$	s	$=\frac{2t}{m}$
m	$=\frac{1}{\sigma_0^2}-\frac{1}{\sigma_1^2}$	-	-

★合格判定式

- X ≥ sn+h_1 ：不合格
- X ≤ sn-h_0：合格
- sn-h_0 < X < sn+h_1 ：検査続行

【4】下限の標準偏差が与えられている場合の合格判定線の導出方法がわかる

$\sigma_0 > \sigma_1$ の場合です。
つまり、
m=$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sigma_0^2}-\frac{1}{\sigma_1^2}\right) > 0$ の場合です。

ここで、
-m=m’(m’> 0)
と置きます。m’について式を整理していきます。

(1) 合格判定条件式

- -nt+$\frac{1}{2}mX \geq$ a：不合格
- -nt+$\frac{1}{2}mX \leq$ -b：合格
- -b < -nt+$\frac{1}{2}mX$ < a ：検査続行

-m=m’ > 0　に注意して、合格判定条件式を X＝の式に直します。

- -nt-$\frac{1}{2}m'X \geq$ a：不合格
- -nt-$\frac{1}{2}m'X \leq$ -b：合格
- -b < -nt-$\frac{1}{2}m'X$ < a ：検査続行

両辺を-1 で割りますが、不等号の向きが変わります。

- nt+$\frac{1}{2}m'X \leq$ -a：不合格
- nt+$\frac{1}{2}m'X \geq$ b：合格
- -a < nt+$\frac{1}{2}m'X$ < b ：検査続行

X=の式に直します。

- $X \geq \frac{2t}{m'}n+\frac{2a}{m'}$ ：不合格
- $X \leq \frac{2t}{m'}n-\frac{2b}{m'}$ ：合格
- $\frac{2t}{m'}n-\frac{2b}{m'} < X < \frac{2t}{m'}n+\frac{2a}{m'}$ ：検査続行

さらに変数を置き換えます。

- $h_0=\frac{2b}{m'}$
- $h_1=\frac{2a}{m'}$
- s=$\frac{2t}{m'}$

合格判定式は以下のようにまとめることができます。

● X ≥ sn+h_1 ：不合格
● X ≤ sn-h_0 ：合格
● sn-h_0 ‹ X ‹ sn+h_1 ：検査続行

【まとめ】入力変数一覧

a	=$log\frac{1-\beta}{\alpha}$	X	=$\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2$
b	=$log\frac{1-\alpha}{\beta}$	h0	=$\frac{2b}{m'}$
-b	=$log\frac{\beta}{1-\alpha}$	h1	=$\frac{2a}{m'}$
t	=$log\frac{\sigma_1}{\sigma_0}$	s	=$\frac{2t}{m'}$
m	=$\frac{1}{\sigma_0^2}-\frac{1}{\sigma_1^2}$	m'	=$\frac{1}{\sigma_1^2}-\frac{1}{\sigma_0^2}$

★合格判定式

● X ≥ sn+h_1 ：不合格
● X ≤ sn-h_0 ：合格
● sn-h_0 ‹ X ‹ sn+h_1 ：検査続行

以上、計量値逐次抜取検査(JISZ9010)の理論がわかる(標準偏差 σ が未知)について、合格判定線の導出方法について解説しました。

JISZ9010 計量値逐次抜取検査(σ 未知)の事例演習

本冊子【JISZ9010 計量値逐次抜取検査(σ 未知)の場合がわかる】の事例演習です。

【1】逐次抜取検査は合格判定線で判断
逐次抜取検査は計数値・計量値に関係なく、合格判定線で検査を評価します。

逐次抜取検査の合格判定線・不合格判定線を作る
● X ≥ sn + h1 :不合格(検査終了)
● X ≤ sn-h0 :合格(検査終了)
● sn-h0 < X < sn+h1 :検査続行
X と s の一次式を作られる直線で、検査結果を分けるとわかりやすい。

上の 3 つの不等式を作ることが本記事の目標となります。

(2) 上限の標準偏差が与えられている場合の合格判定線の導出方法

$\sigma_0 < \sigma_1$ の場合です。
つまり、
m=$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sigma_0^2} - \frac{1}{\sigma_1^2}\right)$ > 0の場合です。

【まとめ】入力変数一覧

a	$=log\frac{1-\beta}{\alpha}$	X	$=\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2$
b	$=log\frac{1-\alpha}{\beta}$	h0	$=\frac{2b}{m}$
-b	$=log\frac{\beta}{1-\alpha}$	h1	$=\frac{2a}{m}$
t	$=log\frac{\sigma_1}{\sigma_0}$	s	$=\frac{2t}{m}$
m	$=\frac{1}{\sigma_0^2}-\frac{1}{\sigma_1^2}$	–	–

合格判定式

● X ≥ sn+h_1 ：不合格
● X ≤ sn-h_0 ：合格
● sn-h_0 < X < sn+h_1 ：検査続行

(3) 下限の標準偏差が与えられている場合の合格判定線の導出方法

$\sigma_0 > \sigma_1$ の場合です。
つまり、
m=$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sigma_0^2} - \frac{1}{\sigma_1^2}\right)$ > 0の場合です。

【まとめ】入力変数一覧

a	$=log\frac{1-\beta}{\alpha}$	X	$=\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2$
b	$=log\frac{1-\alpha}{\beta}$	h0	$=\frac{2b}{m'}$
-b	$=log\frac{\beta}{1-\alpha}$	h1	$=\frac{2a}{m'}$
t	$=log\frac{\sigma_1}{\sigma_0}$	s	$=\frac{2t}{m'}$
m	$=\frac{1}{\sigma_0^2}-\frac{1}{\sigma_1^2}$	m'	$=\frac{1}{\sigma_1^2}-\frac{1}{\sigma_0^2}$

合格判定式

● X ≥ sn+h_1 ：不合格
● X ≤ sn-h_0 ：合格
● sn-h_0 ‹ X ‹ sn+h_1 ：検査続行

【2】上限の標準偏差が与えられている場合
JISZ9010 計量値逐次抜取検査(σ 未知)の事例演習

問：あるお菓子カンパニーでは、スナック菓子の重量について逐次抜取検査を実施している。平均重さ μ =120g に対し、重さの標準偏差が 2g 程度しているが、実際はわからない。ただし、重さのばらつきを標準偏差 5g 以下になるように、抜取方式を設定したい。第 1 種の誤り α=0.01,第 2 種の誤り β=0.1 とする。抜取検査の合格判定線を作成せよ。

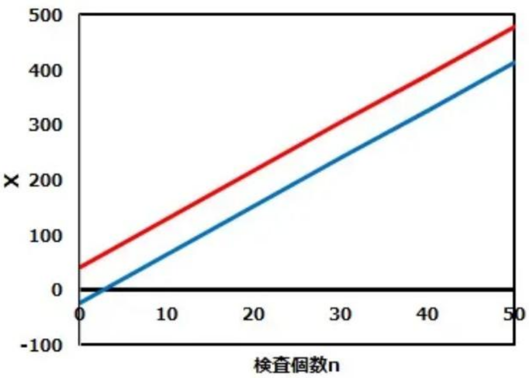
値を代入するだけですが、まとめます。

●α=0.01
●β=0.1
●a=$log\frac{1-\beta}{\alpha}$=4.50
●b=$log\frac{1-\alpha}{\beta}$=2.29
●σ0=2
●σ1=5
●μ=120
●t=$log\frac{\sigma_1}{\sigma_0}$=0.91
●m=$\frac{1}{\sigma_0^2}$ − $\frac{1}{\sigma_1^2}$=0.21
●h0=$\frac{2b}{m}$=21.836
●h1=$\frac{2a}{m}$=42.860
●s=$\frac{2t}{m}$=8.72

合格判定式

★ X- 8.72n ≤ -21.836：合格
★ X – 8.72n ≥ 42.860：不合格
★ -21.836 ‹ X- 8.72n ‹ 42.860：検査続行

合格判定式をグラフに描くと下図のようになります。



【3】下限の標準偏差が与えられている場合

JISZ9010 計量値逐次抜取検査(σ未知)の事例演習

問：あるお菓子カンパニーでは、スナック菓子の重量について逐次抜取検査を実施している。平均重さμ=120g に対し、重さの標準偏差が 4g 程度しているが、実際はわからない。ただし、重さのばらつきを標準偏差 2g 以上になるように、抜取方式を設定したい。第 1 種の誤りα=0.01,第 2 種の誤りβ=0.1 とする。抜取検査の合格判定線を作成せよ。

値を代入するだけですが、まとめます。

●α=0.01

●β=0.1

●a=$log\frac{1-\beta}{\alpha}$=4.50

●b=$log\frac{1-\alpha}{\beta}$=2.29

●σ0=2

●σ1=5

●μ=120

●t=$log\frac{\sigma_1}{\sigma_0}$=-0.61

●m=$\frac{1}{\sigma_0^2}-\frac{1}{\sigma_1^2}$=0.188

●h0=$\frac{2b}{m}$=24.456

●h1=$\frac{2a}{m}$=48.003

●s=$\frac{2t}{m}$=-7.39

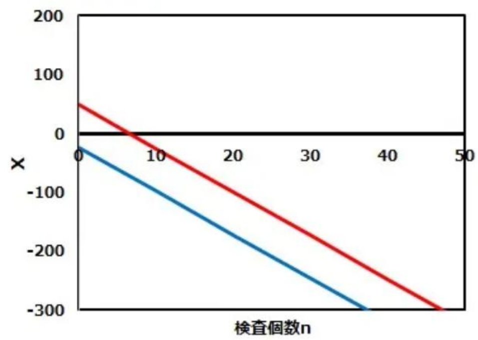
合格判定式

★X+7.39n ≤ -24.456：合格

★X +7.39n ≥ 48.003：不合格

★-24.456 ‹ X+7.39n ‹ 48.003：検査続行

合格判定式をグラフに描くと下図のようになります。



なんと！　合格判定線が右下の直線になるため、X<0 の領域はすべて不合格となります。これは、

$$t=log\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2}\right)=-0.61$$

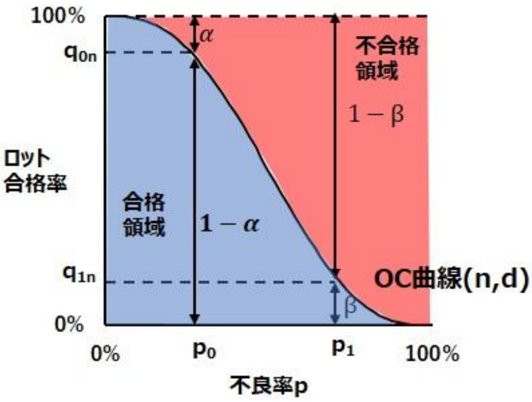
が負になるのが原因です。逐次抜取検査としては成立しません。不思議な結果が出ました。

以上、計量値逐次抜取検査(JISZ9010)の理論がわかる(標準偏差σが未知)について、合格判定線の導出方法について実際の値を使って詳細に解説しました。

逐次抜取検査の注意点がわかる

合格判定線の導出モデルの精度が良くない点に注意が必要！

【1】計数逐次抜取検査(二項分布)の場合
(1) 合格判定線の導出過程
計数値の抜取検査はすべて、OC 曲線から考えます。OC 曲線を描きます



赤枠はロットの不合格領域で、青枠がロットの合格領域です。

生産者危険を示す不良率 p₀、消費者危険を示す不良率 p₁とロット不良率について図から読むと
q_{0n}=1- α 、1-q_{0n}= α
q_{1n}= β 、1- q_{1n}=1- β
となります。

q_{0n} と q_{1n} の式を作ります。

$$q_{0n} = {}_nC_d p_0^d (1-p_0)^{n-d}$$
$$q_{1n} = {}_nC_d p_1^d (1-p_1)^{n-d}$$

注意として、不良品数 d に限定します。通常はロットの合格率はΣの和となりますが、今回はΣを入れません(強引な感じがしますけど)

次に、問題点を指摘します。

(2) 合格判定線の導出過程の問題点
q_{0n},q_{1n} は本来、

$$q_{0n} = \sum_{r=1}^{d} {}_nC_r p_0^r (1-p_0)^{n-r}$$
$$q_{1n} = \sum_{r=1}^{d} {}_nC_r p_1^r (1-p_1)^{n-r}$$

とすべきだが、

$$q_{0n} = {}_nC_d p_0^d (1-p_0)^{n-d}$$
$$q_{1n} = {}_nC_d p_1^d (1-p_1)^{n-d}$$

と簡略化して点が問題。

なぜ、簡略化するかというと、

比 $\frac{q_{1n}}{q_{0n}}$ を計算しやすくするために、
$q_{0n}=\sum_{r=1}^{d} {}_nC_r p_0^r(1-p_0)^{n-r}$
$q_{1n}=\sum_{r=1}^{d} {}_nC_r p_1^r(1-p_1)^{n-r}$
ではなく、
$q_{0n}={}_nC_d p_0^d(1-p_0)^{n-d}$
$q_{1n}={}_nC_d p_1^d(1-p_1)^{n-d}$
としている。

確かに、

$$比\frac{q_{1n}}{q_{0n}}=\frac{\sum_{r=1}^{d} {}_nC_r p_1^r(1-p_1)^{n-r}}{\sum_{r=1}^{d} {}_nC_r p_0^r(1-p_0)^{n-r}}$$

とすると、これ以上、式の導出が難しいです。
一方、

$$比\frac{q_{1n}}{q_{0n}}=\frac{{}_nC_d p_1^d(1-p_1)^{n-d}}{{}_nC_d p_0^d(1-p_0)^{n-d}}$$

とすると、式の導出がしやすいです。

ただし、Σを無視して比 $\frac{q_{1n}}{q_{0n}}$ を計算しているため、比の値の精度は低下したものを使って、合格判定線を導出している点に注意が必要です。

【3】計数逐次抜取検査(ポアソン分布)の場合
二項分布の場合と同様の結果ですが、式が異なるため詳細に解説します。
(1) 合格判定線の導出過程
q_{0n}とq_{1n}の式を作ります。
$q_{0n}=e^{-np_0}\frac{(np_0)^d}{d!}$
$q_{1n}=e^{-np_1}\frac{(np_1)^d}{d!}$
注意として、不良品数 d に限定します。通常はロットの合格率はΣの和となりますが、今回はΣを入れません(強引な感じがしますけど)

次に、問題点を指摘します。

(2) 合格判定線の導出過程の問題点
q_{0n},q_{1n}は本来、
$q_{0n}=\sum_{r=1}^{d} e^{-np_0}\frac{(np_0)^r}{r!}$
$q_{1n}=\sum_{r=1}^{d} e^{-np_1}\frac{(np_1)^r}{r!}$
とすべきだが、
$q_{0n}=e^{-np_0}\frac{(np_0)^d}{d!}$
$q_{1n}=e^{-np_1}\frac{(np_1)^d}{d!}$

と簡略化して点が問題。

なぜ、簡略化するかというと、

比 $\frac{q_{1n}}{q_{0n}}$を計算しやすくするために、

$$q_{0n}=\sum_{r=1}^{d} e^{-np_0}\frac{(np_0)^r}{r!}$$
$$q_{1n}=\sum_{r=1}^{d} e^{-np_1}\frac{(np_1)^r}{r!}$$

ではなく、

$$q_{0n}=e^{-np_0}\frac{(np_0)^d}{d!}$$
$$q_{1n}=e^{-np_1}\frac{(np_1)^d}{d!}$$

としている。

確かに、

比 $\frac{q_{1n}}{q_{0n}}=\frac{\sum_{r=1}^{d} e^{-np_1}\frac{(np_1)^r}{r!}}{\sum_{r=1}^{d} e^{-np_0}\frac{(np_0)^r}{r!}}$

とすると、これ以上、式の導出が難しいです。

一方、

比 $\frac{q_{1n}}{q_{0n}}=\frac{e^{-np_0}\frac{(np_1)^d}{d!}}{e^{-np_1}\frac{(np_0)^d}{d!}}$

とすると、式の導出がしやすいです。

ただし、Σを無視して比 $\frac{q_{1n}}{q_{0n}}$を計算しているため、比の値の精度は低下したものを使って、合格判定線を導出している点に注意が必要です。

【4】計量逐次抜取検査(σ既知&σ未知)の場合
計量値の場合の問題点を提示します。
σ既知、σ未知の両方に共通しています。

(1) 合格判定線の導出過程
確率変数 x は、母平均μ、母標準偏差σとする正規分布に従っており、その確率密度関数を定義します。

$$f(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}exp(-\frac{1}{2}(\frac{x-\mu}{\sigma})^2)$$

次に、ロットから大きさ n 個を抜き取ったときの確率密度関数を定義します。

(i) 母平均 μ が未知で、母標準偏差 σ が既知の場合

●母平均値が μ_0 の場合、

$$p_{0n}=f(x_1)f(x_2)\dots f(x_n)$$
$$=(\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}})^n exp(-\frac{1}{2\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu_0)^2)$$

●母平均値が μ_1 の場合

$$p_{1n}=f(x_1)f(x_2)\dots f(x_n)$$
$$=(\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}})^n exp(-\frac{1}{2\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu_1)^2)$$

(ii)母平均 μ が既知で、母標準偏差 σ が未知の場合

●母標準偏差が σ_0 の場合

$$p_{0n}=f(x_1)f(x_2)\dots f(x_n)$$
$$=(\frac{1}{\sigma_0\sqrt{2\pi}})^n exp(-\frac{1}{2\sigma_0^2}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2)$$

●母標準偏差が σ_1 の場合

$$p_{1n}=f(x_1)f(x_2)\dots f(x_n)$$
$$=(\frac{1}{\sigma_1\sqrt{2\pi}})^n exp(-\frac{1}{2\sigma_1^2}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2)$$

確率密度関数の積を定義して、計算するところが、無理矢理な感じがしますが、合格判定線を導出に必要なためです。

次に、問題点を指摘します。

(2) 合格判定線の導出過程の問題点
p_{0n}, p_{1n} は本来、OC 曲線を与える関数式から作るとすべきだが、
確率密度関数の積の式を作って、合格判定線を作る点が問題。

計量抜取検査の OC 曲線の関数を導出ができないため、
代わりに合格判定線を作れる関数を持ってくる必要があった。結果的に確率密度関数の積

$$p_{0n}=f(x_1)f(x_2)\dots f(x_n)$$
$$=(\frac{1}{\sigma_0\sqrt{2\pi}})^n exp(-\frac{1}{2\sigma_0^2}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2)$$

を使うことになっている。

合格判定線を導出する過程で、精度が保証していない点に注意が必要です。

【まとめると】
合格判定線の精度は怪しいです。
けど、わかりやすくて使いやすいです。
合格判定線を引いて、実際に検査をしながら、
判定線の傾きと切片を調整していくのが実情なのでしょう。

理論を理解することは大切です。実際の精度は検査結果や実績を見ながら調整しましょう。

以上、逐次抜取検査で注意すべき点について解説しました。